

**Zur quantenfeldtheoretischen Behandlung
des Kernmaterieproblems im Rahmen der Methode
der Greenschen Funktionen**

Peter Poschenrieder

Disbui. München

1987



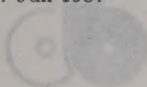
**Zur quantenfeldtheoretischen Behandlung des
Kernmaterieproblems im Rahmen der Methode der
Greenschen Funktionen**

**Dissertation der Fakultät für Physik der Ludwig-
Maximilians Universität München**

vorgelegt von
Peter Poschenrieder
aus
Landshut

München, den 30. Juli 1987

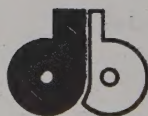
ES 447/10/10/10/10
10 10 10 10 10 10 10 10 10 10
20 10 10 10 10 10 10 10 10 10



1. Gutachter : Prof. Dr. M. Weigel

2. Gutachter : Prof. Dr. H. Bross

Tag der mündlichen Prüfung : 22. 12. 1987



drucken + binden
gmbh
Schellingstraße 23
8000 München 40
☎ 089/284445

Abstract

The topic of this work is the treatment of the nuclear matter problem in the framework of relativistic quantumfield theory (Quantum hadrodynamics; QHD). The nucleon-nucleon interaction is described by couplings to various meson fields. The dynamical behaviour of the system is governed by a Lagrangian, which contains the baryon- and meson-fields and the coupling terms. The coupling strengths are chosen from the treatment of the nucleon-nucleon scattering with this Lagrangian in order to keep the many-body problem itself parameter free. Since the Hartree-Fock approximation does not give a satisfactory description (saturation is here only possible with phenomenological coupling constants adjusted to the nuclear matter parameters), it is necessary to incorporate dynamical correlations into the many-body treatment. For this purpose the method of Green functions is utilized, which permits the systematic inclusion of two- and higher order correlations. Especially the so called Λ -approximations — introduced by Puff and Wilets — are investigated in detail. In this work we concentrate on the Λ^{00} - and Λ^{10} -approximation. For the meson-nucleon coupling constants different parameter sets — given by the Bonn group and by Ter Haar — are used. The following approximations were investigated:

- a) The Λ^{00} - and Λ^{10} -approximation with free spinors utilizing a non-relativistic intermediate propagator (non-relativistic Λ -approximation).
- b) The relativistic Brueckner-Hartree-Fock approximation (RBHF-approximation), the Λ^{00} - and Λ^{10} -approximation with free spinors utilizing a relativistic propagator.
- c) The RBHF-, Λ^{00} - and Λ^{10} -approximation with a selfconsistent basis utilizing a relativistic propagator.

These treatments allow both a systematic discussion and comparison of the different methods and the non relativistic approach. Important for a satisfactory solution is the use of the selfconsistent particle-antiparticle basis. The essential conclusion from the QHD-treatment is an improved description of the nuclear matter system compared with the non-relativistic approach, since the obtained values for density, energy ect. come closer to the nuclear matter parameters. Essential from the theoretical standpoint is a new saturation mechanism, which is discussed in detail.

Zusammenfassung

Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist die Behandlung der sog. Kernmaterie im Rahmen einer relativistischen quantenfeldtheoretischen Beschreibung (Quantenhadrodynamik), wobei die Nukleonenwechselwirkung durch Mesonenfelder beschrieben wird. Ausgangspunkt ist eine Lagrangedichte, welche die Baryonen- und Mesonenfelder sowie die Kopplungsterme enthält. Als Kopplungskonstanten werden die Vertexkonstanten gewählt, die sich bei der Behandlung der Nukleon-Nukleon Streuung im Rahmen dieses Modells ergeben, so daß die Behandlung des Vielteilchenproblems parameterfrei ist. Da die Hartree-Fock Theorie keine hinreichende Beschreibung des Kernmateriesystems liefert (Bindung ergibt sich nur bei phänomenologischer Anpassung der Kopplungskonstanten an die Kernmaterieparameter), ist es notwendig, dynamische Korrelationen einzuführen. Wir verwenden hierzu die Methode der Greenschen Funktionen, die eine systematische Behandlung von Zwei- und Mehrteilchenkorrelationen ermöglicht. Speziell werden die von Puff und Wilets entwickelten sog. Λ -Näherungen untersucht, wobei in der vorliegenden Arbeit nur die Λ^{00} - und die Λ^{10} -Näherung genauer untersucht wird. Für die Meson-Nukleon Kopplungskonstanten wurden verschiedene Parametersätze der Bonner Gruppe und ein von Ter Haar angegebener Parametersatz verwendet. Es wurden folgende Näherungen quantitativ untersucht:

- a) Eine Λ^{00} - und Λ^{10} -Rechnung in der Vakuumbasis mit Verwendung des nicht relativistischen Propagators (nicht relativistische Λ -Näherung).
- b) Eine BHF, Λ^{00} - und Λ^{10} -Rechnung in der Vakuumbasis mit Verwendung des relativistischen Propagators.
- c) Eine BHF, Λ^{00} - und Λ^{10} -Rechnung in der selbstkonsistenten Basis mit Verwendung des relativistischen Propagators.

Die verschiedenen Methoden werden eingehend diskutiert. Für eine zufriedenstellende Lösung ist die Verwendung der selbstkonsistenten Teilchen-Antiteilchen Basis entscheidend. Außerdem werden die unterschiedlichen Sättigungsmechanismen diskutiert und die Grenzen des Modells aufgezeigt.

Inhaltsverzeichnis

0.	Einleitung und Übersicht	1
1.	Relativistische Quantenfeldtheorie wechselwirkender Nukleonen und Mesonen	4
1.1	Feldtheoretische Grundlagen	5
1.2	Das Gleichungssystem für Mesonen mit direkter Kopplung	10
1.3	Das Gleichungssystem für Mesonen mit Ableitungskopplung	13
2.	Spektraldarstellung der Zweipunktfunktion	17
2.1	Definition der Selbstenergie und der T-Matrix	17
2.2	Die Spektraldarstellung von G_1	18
2.3	Berechnung der Spektralfunktion für reelle Selbstenergie	21
3.	Die Hartree-Fock Näherung	25
3.1	Hartree-Fock mit Mesonen mit direkter Kopplung	25
3.2	Klassifizierung der Graphen; Regularisierung	27
3.3	Regularisierung der Selbstenergie	31
3.4	Hartree-Fock mit Mesonen mit Ableitungskopplung	33
3.5	Vergleich mit dem $(\sigma - \omega)$ -Modell	36
3.6	Berechnung der Dichte und der Energie pro Nukleon	37
3.7	Diskussion der numerischen Ergebnisse	41
4.	Die Λ -Näherungen	44
4.1	Faktorisierung von G_3	44
4.2	Das Gleichungssystem für die T-Matrix	46
4.3	Die Spektraldarstellung der T-Matrix	50
5.	Die selbstkonsistente Teilchen-Antiteilchen Basis	54
5.1	Definitionen und grundlegende Eigenschaften	54
5.2	Transformationsgleichungen	57
5.3	Berechnung der Nukleonendichte und der Energie pro Nukleon ...	60
6.	Die Λ -Theorie in der selbstkonsistenten Basis	62
6.1	Die Matrixelemente der Selbstenergie	62
6.2	Das Gleichungssystem für die T-Matrix	64
6.3	Explizite Darstellung der Λ -Propagatoren	67
6.4	Die Brueckner Hartree-Fock Näherung	72
6.5	Der nicht relativistische Grenzfall	73
7.	Die Partialwellenentwicklung der Potentialmatrixelemente	75
7.1	Definitionen und Phasenkonventionen	75

7.2	Berechnung der Matrixelemente für die verschiedenen Kopplungsarten	77
7.3	Die Partialwellenentwicklung der Nukleon–Nukleon Matrixelemente	88
7.4	Die Partialwellenentwicklung der Nukleon–Antinukleon Matrixelemente	95
7.5	Der Isospinanteil der Matrixelemente	99
8.	Die Partialwellenentwicklung der T–Matrix	100
8.1	Die Gleichungssysteme für die Komponenten der T–Matrix	100
8.2	Die Darstellung von $\Sigma_{\phi\phi}$ und $\Sigma_{\theta\theta}$	104
9.	Numerische Auswertung	108
9.1	Das Selbstkonsistenzverfahren	108
9.2	Numerische Lösung der T–Matrixgleichungen	109
9.3	Berechnung der Selbstenergie und der Sättigungskurve	114
10.	Diskussion der Ergebnisse	116
10.1	Vergleich der verschiedenen Näherungen	116
10.2	Die Grenzen des Modells	119
10.3	Offene Probleme	120
10.4	Ausblick	121
A	Zusammenstellung benötigter Formeln und Definitionen	122
A.1	Fouriertransformation	122
A.2	Die Blockdarstellung der Diracmatrizen	122
A.3	Formeln aus der Diracalgebra	123
B	Die Partialwellenentwicklung	124
B.1	Die Winkelmatrixelemente	124
B.2	Die Potentialmatrixelemente	126
C	Tabellen und Abbildungen	148
C.1	OBE–Potentiale	148
C.2	Numerische Ergebnisse	150
C.3	Abbildungen	150
	Literaturverzeichnis	182

Einleitung und Übersicht

Die traditionelle Methode kernphysikalischer Strukturuntersuchungen basiert auf der Idee, das Nukleonensystem als ein Fermionensystem mit vorgegebenen Zweiteilchenkräften nicht relativistisch zu behandeln. In dieser Richtung sind in den letzten 50 Jahren große Anstrengungen unternommen worden, um die relevanten Systemgrößen wie z.B. Energie, Dichte ect. zu bestimmen, wobei man — ausgehend von der Hartree-Fock Theorie — im Laufe der Entwicklung immer raffiniertere Methoden der modernen Vielteilchentheorie anwendete (Brueckner-Hartree-Fock, Methode der Greenschen Funktionen ect.). Trotz dieser Anstrengungen ist es im Rahmen dieser Methode — d.h. die nicht relativistische quantentheoretische Behandlung des Kerns als System von punktförmigen Nukleonen mit realistischen Zweikörperkräften, welche das Zweinukleonensystem beschreiben — nicht gelungen, die wesentlichen Kerngrößen zur Zufriedenheit zu bestimmen. Als Beispiel seien hier nur die Parameter der Weizsäcker-Bethe Formel genannt.

Deshalb hat man in der jüngsten Zeit — ermutigt durch eine verbesserte mesonentheoretische Beschreibung der Zweiteilchenstreuung [Er74] — Versuche unternommen, das Nukleonensystem im Rahmen der relativistischen Quantenfeldtheorie wechselwirkender Nukleonen und Mesonen zu behandeln. Vom theoretischen Standpunkt erscheint dieser Zugang — auch als Quantenhadrodynamik (QHD) bezeichnet — durchaus angemessen. Obwohl man heute weiß, daß Nukleonen und Mesonen aus Quarks bestehen, die via Gluonen wechselwirken, so daß an sich Quark-Gluon Systeme behandelt werden müßten, kann man durch die als gesichert angesehene Confinement Hypothese (Die Nukleonen sind extrem stark gebundene farbneutrale Quantensingletts) und die schwachen Wechselwirkungen der Quantenchromodynamik für kleine Abstände ("asymptotic freedom") und die starke Wechselwirkung für große Abstände — dominiert durch Mesonenaustausch ($q\bar{q}$) — das QHD-Modell als hinreichend für die Beschreibung von Baryonensystemen bei nicht extremen Dichten ansehen.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird eine relativistische quantenfeldtheoretische Verallgemeinerung der sogenannten Λ -Theorie untersucht und auf die Beschreibung von Kernmaterie angewandt. Da die Vertexfaktoren der freien Nukleon-Nukleon Streuung verwendet werden, handelt es sich um eine parameterfreie Behandlung des Vielteilchensystems.

Im ersten Kapitel werden die zugrunde liegenden Begriffe aus der relativistischen

Quantenfeldtheorie wechselwirkender Nukleonen und Mesonen erörtert und ein Gleichungssystem für die N-Teilchen Greenfunktionen hergeleitet. Dieses Gleichungssystem ist vollständig äquivalent zu den Feldgleichungen und ermöglicht es, in übersichtlicher Weise Zwei- und Mehrteilchenkorrelationen zu behandeln.

Im zweiten Kapitel folgt eine Untersuchung der Spektraldarstellung der Zweiteilchen Greenfunktion. Da das Kernmateriesystem nicht invariant bezüglich spezieller Lorenztransformationen ist, gibt es – im Gegensatz zum Vakuumproblem – je drei voneinander unabhängige Komponenten der Nukleonenspektralfunktion und der Selbstenergie Σ . Ferner wird gezeigt, daß die Spektralfunktion im Grenzfall reeller Selbstenergie in zwei Teile aufgespalten werden kann, wobei man einen Anteil als Propagator eines Teilchens und den anderen als Propagator eines Antiteilchens in Materie identifizieren kann.

Gegenstand des dritten Kapitels ist die Untersuchung der Hartree-Fock Näherung. Mit Hilfe der im zweiten Kapitels abgeleiteten Spektraldarstellung gelingt es, die Selbstenergie in einen endlichen "Mediumpolarisationsanteil" und einen divergenten "Vakuumpolarisationsanteil" aufzuspalten. Zur Behandlung der "Vakuumpolarisationsbeiträge" ist eine Renormierung der Wechselwirkung erforderlich. Da die realistische Nukleon-Nukleon Wechselwirkung Ableitungskopplungsterme enthält, ist eine Renormierung mit den heute zur Verfügung stehenden Methoden nicht möglich. Ein möglicher Ausweg besteht in der Verwendung einfacher, renormierbarer Wechselwirkungen, deren freie Parameter so bestimmt werden, daß sich bei einer gegebenen Näherung die empirischen Sättigungseigenschaften von Kernmaterie reproduzieren lassen (z.B. [Wa74]).

Beim Ein-Boson-Austausch Modell der Kernkräfte verzichtet man dagegen zugunsten einer realistischen Beschreibung der Nukleon-Nukleon Wechselwirkung auf die Renormierung. Der Nahbereich der Wechselwirkung wird hierbei durch phänomenologische Formfaktoren parametrisiert. Man spricht in diesem Zusammenhang von einer Regularisierung der Wechselwirkung. Im dritten Kapitel wird ein Verfahren zur Übertragung dieses Regularisierungsmodells auf Kernmaterierechnungen angegeben.

Während man bei der Hartree-Fock Näherung alle dynamischen Korrelationen vernachlässigt, werden in der Λ -Theorie Zweiteilchenkorrelationen mitberücksichtigt, d.h. die Dreiteilchen Greenfunktion wird durch ein antisymmetrisiertes Produkt aus Zweiteilchen und Einteilchen Greenfunktionen approximiert. Im vierten Kapitel wird eine Herleitung der relativistischen Λ^{00} - und Λ^{10} -Gleichungen gegeben und es werden Unterschiede zur nicht relativistischen Theorie herausgearbeitet. Da eine direkte

Lösung des Gleichungssystems für die T-Matrix mit den heute verfügbaren Rechenanlagen nicht möglich erscheint, ist man daran interessiert, eine Basis zu finden, in der dieses Gleichungssystem zumindest teilweise entkoppelt werden kann. Im fünften und sechsten Kapitel wird gezeigt, daß eine Basis aus in selbstkonsistenter Weise bestimmten Nukleonen- und Antinukleonenspinoren das Gewünschte leistet.

Da man zur Berechnung der drei Selbstenergiekomponenten die Matrixelemente von Σ in einer vollständigen Basis benötigt, müssen neben den Nukleon-Nukleon Matrixelementen der T-Matrix auch die gemischten Nukleon-Antinukleon Matrixelemente berechnet werden. Ferner findet man im 6. Kapitel eine Erörterung des Übergangs zur Standard Brueckner-Hartree-Fock Rechnung und zur nicht relativistischen Brueckner-Hartree-Fock und Λ -Näherung.

Um die T-Matrixgleichungen in eine für die numerische Behandlung geeignete Form zu bringen, wird im siebten und achten Kapitel eine Partialwellenentwicklung des Potentials und der T-Matrix durchgeführt. Daran schließt sich im neunten Kapitel eine Erörterung der verwendeten numerischen Verfahren an. Im 10. Kapitel werden die Ergebnisse diskutiert sowie Unterschiede der verschiedenen Näherungen herausgearbeitet. Während sich bei der nicht relativistischen BHF- und Λ -Näherung jeweils eine zu hohe Sättigungsdichte ergibt, verschiebt sich der Sättigungspunkt bei Verwendung des relativistischen Propagators in Richtung geringerer Bindung und niedrigerer Sättigungsdichte. Jedoch erst die Rechnung in der selbstkonsistenten Teilchen-Antiteilchen Basis führt zu einem qualitativ und quantitativ zufriedenstellenden Beschreibung der Sättigungseigenschaften von Kernmaterie.

1.Kapitel Relativistische Quantenfeldtheorie wechsel- wirkender Nukleonen und Mesonen

Seit der Arbeit von Yukawa im Jahr 1935 [Yu35] ist bekannt, daß die starke Wechselwirkung zwischen den Nukleonen durch den Austausch von Mesonen bewirkt wird. Jedoch wurden erst in den 70-er Jahren wesentliche Fortschritte erzielt, den lang- und mittlereichweitigen Anteil der Nukleon- Nukleon Wechselwirkung mit mesonentheoretischen Methoden quantitativ zu beschreiben ([Er74], [HEA72a-b], [HM75], [HM76], [Ho81]). Beim Ein-Boson-Austausch Modell (OBE-Modell) werden im wesentlichen alle Mesonen mit Massen $< 1\text{GeV}$ berücksichtigt. Das π -Meson ($J^\pi = 0^-, T = 1$) ist für den langreichweitigen Anteil verantwortlich, der mittlereichweitige Bereich wird durch das fiktive σ -Meson ($J^\pi = 0^+, T = 0$), sowie δ ($J^\pi = 0^+, T = 1$) und η ($J^\pi = 0^-, T = 0$) bestimmt, während die Abstoßung für kleine Abstände durch die Vektormesonen ω , Φ ($J^\pi = 1^-, T = 0$) und ρ ($J^\pi = 1^-, T = 1$) bewirkt wird.

Die freie Nukleon-Nukleon Wechselwirkung ist der Ausgangspunkt für verschiedene theoretische Modelle zur Beschreibung von Kernmaterie und endlichen Kernen. In diesem Zusammenhang wurde die relativistische Verallgemeinerung der Hartree-, Hartree-Fock und in jüngster Zeit auch der Brueckner-Näherung untersucht ([ACS81a-d], [ACS83], [JM81a], [BM85]).

Die vorliegende Arbeit befaßt sich mit der von Puff und Wilets entwickelten sogenannten Λ -Theorie([Pu61], [RP63], [Wei66], [WW71], [PRW66]), die bislang noch nicht im Rahmen einer relativistischen Kernmaterietheorie untersucht wurde. Ausgangspunkt für die Λ - Theorie ist ein Gleichungssystem für die N-Teilchen Greenfunktion, das vollständig äquivalent zu den Feldgleichungen ist. Im Gegensatz zu den störungstheoretischen Methoden wird dadurch eine übersichtliche Behandlung von N-Teilchen Korrelationen ermöglicht. Brown, Puff und Wilets haben ein Verfahren zur Herleitung dieses Gleichungssystems für Nukleonen, die mit pseudoskalaren Mesonen und Vektormesonen wechselwirken, entwickelt [BPW70].

In diesem Kapitel wird nach einem kurzen Abriß der feldtheoretischen Grundlagen eine Verallgemeinerung dieses Verfahrens für kompliziertere Kopplungsformen insbesondere Pseudovektorkopplung und Ableitungskopplung beim Vektormeson angegeben.

1.1 Feldtheoretische Grundlagen

Im folgenden werden – soweit nicht explizit etwas anderes vereinbart wird – die Konventionen und Bezeichnungsweisen von Bjorken und Drell [BD64a,b] verwendet. Ferner führen wir folgende abkürzende Schreibweisen ein: Mit $\alpha, \alpha' \dots$ werden die 4-er Spinorindizes bezeichnet, mit $i, i' \dots$ die Isospinindizes, während mit $\zeta, \zeta' \dots$ Spin- und Isospinindizes zusammengefaßt werden. Hierbei soll das Proton Isospin $T_z = +1/2$ und das Neutron Isospin $T_z = -1/2$ haben. Mit 1^{iso} bzw. $\tau_r, r = 1, 2, 3$ werden die Einheitsmatrix bzw. die Paulimatrizen im Isoraum bezeichnet. Wird nichts anderes angegeben, so ist bei den Diracmatrizen jeweils implizit das Tensorprodukt mit der Einheitsmatrix zu bilden

(z.B. $\gamma_{\zeta'\zeta}^\mu \equiv (\gamma^\mu \otimes 1^{iso})_{\zeta'\zeta} \equiv \gamma_{\alpha'\alpha}^\mu \cdot \delta_{i',i}$). Mit $p, p' \dots$ werden die Impulsvierervektoren bezeichnet, mit $\vec{p}, \vec{p}' \dots$ ihre Ortskomponenten und mit $k, k' \dots$ der Betrag der Ortskomponenten (i.e. $k \equiv |\vec{p}|$ ect.). Ferner wird die Konvention $\hbar = c = 1$ verwendet.

Die Nukleonenfelder erfüllen die Antikommutatorrelationen

$$\{\bar{\psi}_{\zeta'}(x^0, \vec{x}'), \psi_{\zeta}(x^0, \vec{x})\} = \gamma_{\zeta'\zeta}^0 \cdot \delta^3(\vec{x}' - \vec{x}),$$

$$\{\bar{\psi}_{\zeta'}(x^0, \vec{x}'), \bar{\psi}_{\zeta}(x^0, \vec{x})\} = \{\psi_{\zeta'}(x^0, \vec{x}'), \psi_{\zeta}(x^0, \vec{x})\} = 0.$$

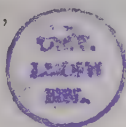
Die Feldgleichungen können mit Hilfe der Euler-Lagrange Gleichungen aus der Lagrange Gleichung abgeleitet werden. Die Lagrangedichte des wechselwirkenden Systems von Nukleonen und Mesonen läßt sich in folgender Form darstellen [BD64]:

$$L = L_N + \sum_{\alpha} (L_{\alpha} + L'_{\alpha}). \quad (1.1)$$

Dabei ist L_N die Lagrangedichte der nicht wechselwirkenden Nukleonen

$$L_N = \bar{\psi}(x)(p_{\mu}\gamma^{\mu} - m_0)\psi(x), \quad (1.2)$$

$$p^{\mu} \equiv i\partial^{\mu},$$



L_α sind die entsprechenden Beiträge der verschiedenen Mesonen ($s, v, pv \dots$) und L'_α sind die Wechselwirkungsterme der Mesonen mit den Nukleonen. Dieser Ansatz entspricht der Grundannahme des Ein-Boson-Austausch Modells, daß die Mesonen mit den Nukleonen, nicht aber untereinander wechselwirken [Er74].

Falls die Wechselwirkungsterme nicht von $\partial^\mu \psi$ abhängen¹⁾ kann man die Euler-Lagrange Gleichung für die Nukleonen-Feldoperatoren auf folgende Form bringen:

$$(p_\mu \gamma^\mu - m_0 \cdot 1)_{\zeta\zeta'} \cdot \psi_{\zeta'}(x) = - \sum_\alpha \gamma_{\zeta\zeta'}^0 \left(\frac{\partial L'_\alpha}{\partial \psi_{\zeta'}} \right)^\dagger. \quad (1.3)$$

Die Lagrangedichte für die verschiedenen Mesonen ergibt sich aus ihrem Transformationsverhalten im Orts- und Isoraum.

Das skalare, isoskalare Mesonenfeld wird durch einen einzigen hermiteschen Feldoperator $\Phi(x)$ beschrieben. Als Lagrangedichte erhält man:

$$L_{ss} = \frac{1}{2} \partial^\mu \Phi(x) \partial_\mu \Phi(x) - \frac{\mu_{ss}^2}{2} \Phi^2(x), \quad (1.4a)$$

$$L'_{ss} = -g_{ss} \bar{\psi}(x) \psi(x) \Phi(x). \quad (1.4b)$$

Hierbei ist μ_{ss} die Mesonenmasse. Die entsprechende Gleichung für den Feldoperator lautet somit:

$$\partial^\mu \partial_\mu \Phi(x) + \mu_{ss}^2 \Phi(x) = -g_{ss} \bar{\psi}(x) \psi(x). \quad (1.5)$$

Für skalare Mesonen stimmt der zu $\Phi(x)$ kanonisch konjugierte Impuls $\pi(x)$ mit dem des freien Mesonenfeldes überein :

$$\pi(x) = \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\Phi}(x)} \right) = \dot{\Phi}(x).$$

Die Feldoperatoren erfüllen die Vertauschungsrelationen für Boseteilchen:

¹⁾ Das ist bei den hier betrachteten Kopplungsformen der Fall.

$$\begin{aligned}
[\pi(x^0, \vec{x}'), \Phi(x^0, \vec{x})] &= -i \cdot \delta^3(\vec{x}' - \vec{x}), \\
[\pi(x^0, \vec{x}'), \pi(x^0, \vec{x})] &= [\Phi(x^0, \vec{x}'), \Phi(x^0, \vec{x})] = 0.
\end{aligned}$$

Ferner vertauscht $\Phi(x)$ und $\pi(x)$ mit den Nukleonen- Feldoperatoren [BPW70]:

$$\begin{aligned}
[\Phi(x^0, \vec{x}'), \psi(x^0, \vec{x})] &= [\pi(x^0, \vec{x}'), \psi(x^0, \vec{x})] = \\
[\Phi(x^0, \vec{x}'), \bar{\psi}(x^0, \vec{x})] &= [\bar{\psi}_i(x^0, \vec{x}'), \bar{\psi}(x^0, \vec{x})] = 0.
\end{aligned}$$

Der Beitrag zur rechten Seite von Gleichung (1.3) ergibt sich zu:

$$-\gamma_{\zeta\zeta'}^0 \left(\frac{\partial L'}{\partial \psi_{\zeta'}} \right)^\dagger = g_{ss} \psi_\zeta(x) \Phi(x). \quad (1.6)$$

Beim skalaren Isevektormeson hat man entsprechend den möglichen Isospinorientierungen drei unabhängige Feldoperatoren $\Phi_r(x)$, $r = 1, 2, 3$ [Rom69] mit der Lagrangendichte:

$$L_{sv} = \frac{1}{2} \partial^\mu \Phi_r(x) \partial_\mu \Phi_r(x) - \frac{\mu_{sv}^2}{2} \Phi_r(x) \Phi_r(x),$$

$$L'_{sv} = -g_{sv} \bar{\psi}(x) (1 \otimes \tau_r) \psi(x) \Phi_r(x) \quad (1.7)$$

und den Feldgleichungen:

$$\partial^\mu \partial_\mu \Phi_r(x) + \mu_{sv}^2 \Phi_r(x) = -g_{sv} \bar{\psi}(x) (1 \otimes \tau_r) \psi(x),$$

bzw.

$$-\gamma_{\zeta\zeta'}^0 \left(\frac{\partial L'_{sv}}{\partial \psi_{\zeta'}} \right)^\dagger = g_{sv} (1 \otimes \tau_r) \psi_\zeta(x) \Phi_r(x). \quad (1.8)$$

Bei den übrigen Isevektormesononen ist der Isospinanteil völlig analog zu Gleichung (1.7) und (1.8). Wir werden uns daher im folgenden auf den Fall isoskalarer Mesonen beschränken.

Beim pseudoskalaren Meson haben die Lagrangedichte und die Feldgleichungen folgende Gestalt [BPW70]¹⁾:

$$L'_{ps} = -g_{ps} \bar{\psi}(x)(i\gamma_5)\psi(x)\Phi(x), \quad (1.9a)$$

$$\partial^\mu \partial_\mu \Phi(x) + \mu_{ps}^2 \Phi(x) = -g_{ps} \bar{\psi}(x)(i\gamma_5)\psi(x), \quad (1.9b)$$

$$-\gamma_{\zeta\zeta'}^0 \left(\frac{\partial L'_{ps}}{\partial \psi_{\zeta'}} \right)^\dagger = g_{ps} (i\gamma_5)_{\zeta\zeta'} \psi_{\zeta'}(x)\Phi(x). \quad (1.9c)$$

Die entsprechenden Ausdrücke für Mesonen mit Pseudovektorkopplung lauten:

$$L'_{pvs} = -\frac{f_{pvs}}{\mu_{pvs}} \bar{\psi}(x)\gamma^5\gamma^\mu\psi(x)\partial_\mu \Phi(x), \quad (1.10a)$$

$$\partial^\mu \partial_\mu \Phi(x) + \mu_{pvs}^2 \Phi(x) = \frac{f_{pvs}}{\mu_{pvs}} \partial^\mu (\bar{\psi}(x)(\gamma_5 \gamma_\mu)\psi(x)), \quad (1.10b)$$

$$-\gamma_{\zeta\zeta'}^0 \left(\frac{\partial L'_{pvs}}{\partial \psi_{\zeta'}} \right)^\dagger = -\frac{f_{pvs}}{\mu_{pvs}} (\gamma_\mu \gamma_5)_{\zeta\zeta'} \psi_{\zeta'}(x) \partial^\mu \Phi(x). \quad (1.10c)$$

Da der Kopplungsterm Ableitungen von $\Phi(x)$ enthält, stimmt der kanonisch konjugierte Impuls nicht mit dem des freien Mesonenfeldes überein. Es ist:

$$\pi(x) = \dot{\Phi}(x) - \frac{f_{pvs}}{\mu_{pvs}} \bar{\psi}(x)(\gamma^0 \gamma^5)\psi(x). \quad (1.11)$$

Daher vertauscht $\dot{\Phi}(x)$ nicht wie bei den Mesonen mit direkter Kopplung mit den Nukleonen-Feldoperatoren. Z.B. gilt:

$$[\dot{\Phi}(x^0, \vec{x}'), \psi(x^0, \vec{x})] = \frac{f_{pvs}}{\mu_{pvs}} \delta^3(\vec{x}' - \vec{x}) \gamma_5 \psi(x^0, \vec{x}). \quad (1.12)$$

¹⁾ Es gilt $L_{ps} = L_{ss}$.

Das Vektormesonfeld wird durch vier Feldoperatoren $\Phi^\mu(x)$ beschrieben, die sich bei Lorenztransformationen wie ein Vierervektor transformieren. Da es entsprechend den drei Spinorientierungen der Mesonen jedoch nur drei unabhängige Feldoperatoren gibt, stellt man die Zusatzbedingung, daß das Feld keine Viererdivergenz hat:

$$\partial^\nu \Phi_\nu(x) = 0. \quad (1.13)$$

Diese Zusatzbedingung wird automatisch erfüllt, wenn man als Lagrangedichte des freien Mesonenfeldes folgenden Ausdruck wählt [Rom69]:

$$L_{vs} = -\frac{1}{4} G_{\mu\nu}(x) G^{\mu\nu}(x) + \frac{\mu_{vs}^2}{2} \Phi^\mu \Phi_\mu(x). \quad (1.14)$$

Mit:

$$G^{\mu\nu} := \partial^\mu \Phi^\nu(x) - \partial^\nu \Phi^\mu(x).$$

Als kanonische Feldoperatoren wählt man üblicherweise die drei raumartigen Komponenten $\Phi^i(x)$. Die vierte Komponente $\Phi^0(x)$ kann dann mit Hilfe von Gleichung (1.13) eliminiert werden. Der Wechselwirkungsterm enthält einen Anteil mit direkter Kopplung und einen Ableitungskopplungsterm. Der Ableitungskopplungsterm wurde vor allem im Zusammenhang mit dem ρ -Meson eingeführt, um das anormale magnetische Moment des Nukleons zu erklären [Ho81].

$$L'_{vs} = -g_{vs} \bar{\psi}(x) \gamma^\mu \psi(x) \Phi_\mu(x) - \frac{f_{vs}}{4m_0} \bar{\psi}(x) \sigma^{\mu\nu} \psi(x) G_{\mu\nu}(x). \quad (1.15)$$

Als Gleichung für die Feldoperatoren erhält man somit die inhomogene Proca-Gleichung:

$$\partial^\mu G_{\mu\nu}(x) + \mu_{vs}^2 \Phi_\nu(x) = g_{vs} \bar{\psi}(x) \gamma_\nu \psi(x) - \frac{f_{vs}}{2m_0} \partial^\mu (\bar{\psi}(x) \sigma_{\mu\nu} \psi(x)). \quad (1.16)$$

Der entsprechende Beitrag zur rechten Seite von Gleichung (1.3) lautet:

$$-\gamma_{\zeta\zeta'}^0 \left(\frac{\partial L'_{sv}}{\partial \psi_{\zeta'}} \right)^\dagger = g_{vs} \gamma_{\zeta\zeta'}^\mu \psi_{\zeta'}(x) \Phi_\mu(x) + \frac{f_{vs}}{4m_0} \sigma_{\zeta\zeta'}^{\mu\nu} \psi_{\zeta'}(x) G_{\mu\nu}(x). \quad (1.17)$$

Die zu den drei kanonischen Mesonenfeldern konjugierten Impulsoperatoren ergeben sich zu:

$$\pi^i(x) = G^{i0}(x) + \frac{f_{vs}}{2m_0} \bar{\psi}(x) \sigma^{i0} \psi(x). \quad (1.18)$$

Wie im Falle der Pseudovektorkopplung vertauschen die Zeitableitungen von $\Phi^\mu(x)$ nicht mit den Nukleonen- Feldoperatoren. Für die weitere Rechnung benötigen wir folgende Vertauschungsrelationen:

$$\begin{aligned} [G_{0j}(x^0, \vec{x}'), \psi_\zeta(x^0, \vec{x})] &= \frac{if_{vs}}{2m_0} \delta^3(\vec{x}' - \vec{x}) (\gamma_j)_{z\zeta'} \psi_{\zeta'}(x^0, \vec{x}), \\ [G_{0j}(x^0, \vec{x}'), \bar{\psi}_\zeta(x^0, \vec{x})] &= \frac{if_{vs}}{2m_0} \delta^3(\vec{x}' - \vec{x}) \bar{\psi}_{\zeta'}(x^0, \vec{x}) (\gamma_j)_{\zeta'\zeta}. \end{aligned} \quad (1.19)$$

1.2 Das Gleichungssystem für Mesonen mit direkter Kopplung

Wir definieren die N-Teilchen Nukleonen-Greenfunktion (2N-Punkt Funktion) als Grundzustandserwartungswert des zeitgeordneten Produkts von Nukleonen Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren, wobei folgende Phasenkonvention verwendet wird:

$$G_N(1 \dots N, 1' \dots N') :=$$

$$:= i^N \langle \phi_0 | T \{ \psi_{\zeta_1}(x_1) \dots \psi_{\zeta_N}(x_N) \bar{\psi}_{\zeta'_N}(x'_N) \dots \bar{\psi}_{\zeta'_1}(x'_1) \} | \phi_0 \rangle. \quad (1.20)$$

Hierbei bezeichnet $|\phi_0\rangle$ den Grundzustand des jeweils betrachteten Systems. Beim Problem freier Nukleonen ist $|\phi_0\rangle$ der Vakuumzustand ($|\phi_0\rangle = |0\rangle$), beim Kernmaterieproblem ist $|\phi_0\rangle$ der Grundzustand des homogenen Systems von A Nukleonen pro Volumeneinheit. Wir wollen diesen Zustand mit $|A, 0\rangle$ bezeichnen.

Entsprechend werden die Einteilchen-Propagatoren für die verschiedenen Mesonen definiert:

$$\Delta(x', x) := i < \phi_0 | T\{\Phi(x')\Phi(x)\} | \phi_0 >, \quad (1.21a)$$

für Mesonen mit $(S = 0, T = 0)$,

$$\Delta_{r'r}(x', x) := i < \phi_0 | T\{\Phi_{r'}(x')\Phi_r(x)\} | \phi_0 >, \quad (1.21b)$$

für Mesonen mit $(S = 0, T = 1)$,

$$\Delta^{\mu\nu}(x', x) := i < \phi_0 | T\{\Phi^\mu(x')\Phi^\nu(x)\} | \phi_0 >, \quad (1.21c)$$

für Mesonen mit $(S = 1, T = 0)$ und

$$\Delta_{r'r}^{\mu\nu}(x', x) := i < \phi_0 | T\{\Phi_{r'}^\mu(x')\Phi_r^\nu(x)\} | \phi_0 >, \quad (1.21c)$$

für Mesonen mit $(S = 1, T = 0)$.

Mit Hilfe der Gleichungen für die Feldoperatoren kann man ein Gleichungssystem für die Fermionen- und Bosonenpropagatoren herleiten ([BPW70],[Wil77]). Da die rechte Seite von (1.3) eine Summe über die verschiedenen Mesonenbeiträge ist, kann man die einzelnen Wechselwirkungsterme getrennt behandeln.

Zunächst wollen wir als einfachsten Fall die Wechselwirkung mit skalaren, isoskalaren Mesonen betrachten. Wendet man den Diracoperator auf die Einteilchen Nukleonen-Greenfunktion an, so erhält man:

$$(-p_\mu \gamma^\mu + m_0 \cdot 1)_{\zeta\zeta''} G_1(\zeta'' x, \zeta' x') = \delta_{\zeta\zeta'} \delta^4(x - x') - i g_{ss} \delta_{\zeta\zeta'} < \phi_0 | T\{\psi_\zeta(x^+) \Phi(x) \bar{\psi}_{\zeta'}(x')\} | \phi_0 >. \quad (1.22)$$

Mit dem Index "+" wird jeweils der infinitesimal spätere Zeitpunkt bezeichnet (d.h. $x^+ \equiv (x^0 + 0, \vec{x})$). Der Propagator auf der rechten Seite von Gleichung (1.22) enthält sowohl Fermi- als auch Diracfelder. um diesen "gemischten" Term zu eliminieren, betrachten wir folgende Gleichung¹⁾:

¹⁾ Man beachte, daß sich wegen $[\psi, \Phi] = [\bar{\psi}, \Phi] = 0$ alle δ -Terme gegenseitig wegheben.

$$\begin{aligned}
(\partial'^\mu \partial'_\mu + \mu_{ss}^2) < \phi_0 | T\{\psi_{\zeta_s}(x_3) \Phi(x') \bar{\psi}_{\zeta'_2}(x_2)\} | \phi_0 > = \\
= < \phi_0 | T\{\psi_{\zeta_s}(x_3) (\partial'^\mu \partial'_\mu + \mu_{ss}^2) \Phi(x') \bar{\psi}_{\zeta'_2}(x_2)\} | \phi_0 > = \\
= -g_{ss} \delta_{\zeta\zeta'} < \phi_0 | T\{\psi_{\zeta_s}(x_3) \bar{\psi}_{\zeta'}(x'^+) \psi_{\zeta'}(x') \bar{\psi}_{\zeta'_2}(x_2)\} | \phi_0 > . \quad (1.23)
\end{aligned}$$

Faltet man den so entstandenen Ausdruck mit dem Propagator für wechselwirkungs-freie Mesonen $\Delta_{ss}^0(x, x')$, so erhält man nach zweimaliger partieller Integration:

$$\begin{aligned}
< \phi_0 | T\{\psi_{\zeta_s}(x_3) \Phi(x) \bar{\psi}_{\zeta'_2}(x_2)\} = \\
= -g_{ss} \delta_{\zeta\zeta'} \int \Delta_{ss}^0(x, x') G_2(\zeta_3 x_3, \zeta x'; \zeta_2 x_2, \zeta' x'^+) d^4 x'. \quad (1.24)
\end{aligned}$$

Durch Einsetzen von (1.24) in Gleichung (1.22) folgt:

$$\begin{aligned}
(-p_\mu \gamma^\mu + m_0 \cdot 1)_{\zeta\zeta''} G_1(\zeta'', x; \zeta', x') = \delta_{\zeta\zeta'} \delta^4(x - x') + \\
+ i g_{ss}^2 \delta_{\zeta\zeta_s} \delta_{\zeta_2\zeta_4} \int \Delta_{ss}^0(x, x'') \cdot G_2(\zeta_3 x^+, \zeta_4 x''; \zeta_2 x''^+, \zeta' x') d^4 x''. \quad (1.25)
\end{aligned}$$

Die entsprechenden Ausdrücke für die übrigen Mesonen mit direkter Kopplung lassen sich in völlig analoger Weise berechnen. Um die Schreibweise weiter zu vereinfachen, werden nun Spin- und Isospinkoordinate sowie der Ortsvierervektor zu einem Index zusammengefaßt (d.h. $1 \equiv (\zeta_1, x_1)$ ect.). Ferner soll über mehrfach auftretende Vierervektoren jeweils vierdimensional integriert werden. Gleichung (1.25) kann jetzt in folgender Form geschrieben werden:

$$(G_1^0)^{-1}(1, 1'') G_1(1'', 1') = \delta(1, 1') + i < 12 | v_{ss} | 34 > G_2(3, 4; 2^+, 1'), \quad (1.26)$$

bzw.:

$$G_1(1, 1') = G_1^0(1, 1') + i G_1^0(1, 1'') < 1'' 2 | v_{ss} | 34 > G_2(3, 4; 2^+, 1'). \quad (1.26')$$

Mit:

$$(G_1^0)^{-1} := (-\gamma_\mu p_1^\mu + m_0 \cdot 1)_{\zeta_1 \zeta_1''} \delta^4(x_1 - x_1''), \quad (1.27a)$$

$$\langle 12 | v_{ss} | 34 \rangle := -g_{ss}^2 \delta_{\zeta_1 \zeta_3} \delta_{\zeta_2 \zeta_4} \cdot \Delta_{ss}^0(x_1, x_2) \cdot \delta^4(x_1 - x_3) \delta^4(x_2 - x_4). \quad (1.27b)$$

Die Gleichungen für die übrigen Mesonen mit direkter Kopplung unterscheiden sich davon nur durch Vertexfaktoren. Es ist: ¹⁾

$$\langle 12 | v_{sv} | 34 \rangle =$$

$$= -g_{sv}^2 (1 \otimes \tau_r)_{\zeta_1 \zeta_3} (1 \otimes \tau_r)_{\zeta_2 \zeta_4} \cdot \Delta_{sv}^0(x_1, x_2) \cdot \delta^4(x_1 - x_3) \delta^4(x_2 - x_4), \quad (1.28a)$$

$$\langle 12 | v_{ps} | 34 \rangle =$$

$$= -g_{ps}^2 (i\gamma_5)_{\zeta_1 \zeta_3} (i\gamma_5)_{\zeta_2 \zeta_4} \cdot \Delta_{ps}^0(x_1, x_2) \cdot \delta^4(x_1 - x_3) \delta^4(x_2 - x_4), \quad (1.28b)$$

$$\langle 12 | v_{p sv} | 34 \rangle =$$

$$= -g_{p sv}^2 (i\gamma_5 \otimes \tau_r)_{\zeta_1 \zeta_3} (i\gamma_5 \otimes \tau_r)_{\zeta_2 \zeta_4} \cdot \Delta_{p sv}^0(x_1, x_2) \cdot \delta^4(x_1 - x_3) \delta^4(x_2 - x_4). \quad (1.28c)$$

1.3 Das Gleichungssystem für Mesonen mit Ableitungskopplung

Das im letzten Abschnitt dargestellte Verfahren läßt sich auf Mesonen mit Ableitungskopplungstermen erweitern. Jedoch ergeben sich wegen der Nichtvertauschbarkeit von $\Phi(x)$ mit den Nukleonen-Feldoperatoren einige Modifikationen.

Wenden wir uns zunächst den isoskalaren Mesonen mit Pseudovektorkopplung zu. Die Gleichung für die Zweipunktfunktion lautet in diesem Fall:

¹⁾ Für wechselwirkungsfreie Isovektormesonen gilt: $\Delta_{rr'}^0(x, x') = \delta_{rr'} \Delta^0(x, x')$.

$$(p_\mu \gamma^\mu + m_0 \cdot 1)_{\zeta \zeta'} G_1(\zeta'' x, \zeta' x') = \delta_{\zeta \zeta'} \delta^4(x - x') +$$

$$+ \frac{i f_{pvs}}{\mu_{pvs}} (\gamma_\mu \gamma_5)_{\zeta \zeta''} < \phi_0 | T \{ \psi_{\zeta''}(x^+) \partial^\mu \Phi(x) \bar{\psi}_{\zeta'}(x') \} | \phi_0 >. \quad (1.29)$$

Durch Anwendung des Klein-Gordon Operators auf den gemischten Meson- Nukleon Propagator erhält man wegen (1.12):

$$(\partial_\mu \partial^\mu + \mu_{pvs}^2) < \phi_0 | T \{ \psi_{\zeta_3} x_3 \} \Phi(x) \bar{\psi}_{\zeta_2}(x_2) \} | \phi_0 > =$$

$$= < \phi_0 | T \{ \psi_{\zeta_3} x_3 \} (\partial_\mu \partial^\mu + \mu_{pvs}^2) \Phi(x) \bar{\psi}_{\zeta_2}(x_2) \} | \phi_0 > =$$

$$- \frac{i f_{pvs}}{\mu_{pvs}} [\delta^4(x - x_3) \gamma_{\zeta_3 \zeta_5}^5 G_1(\zeta_5 x_3, \zeta_2 x_2) + \delta^4(x - x_2) G_1(\zeta_3 x_3, \zeta_4 x_2) \gamma_{\zeta_4 \zeta_2}^5]. \quad (1.30)$$

Mit Gleichung (1.10a) wird nun der Mesonen-Feldoperator durch Nukleonen-Feldoperatoren ausgedrückt. Anschließend zieht man die Viererdivergenz vor das zeitgeordnete Produkt, faltet den so entstandenen Ausdruck mit dem freien Mesonenpropagator und erhält schließlich:

$$< \phi_0 | T \{ \psi_{\zeta_3}(x_3) \Phi(x) \bar{\psi}_{\zeta_2}(x_2) \} | \phi_0 > =$$

$$- \frac{f_{pvs}}{\mu_{pvs}} (\gamma_5 \gamma_\mu)_{\zeta_4 \zeta_5} \partial^\mu \Delta_{pvs}^0(x - x_6) \cdot G_2(\zeta_3 x_3, \zeta_5 x_6, \zeta_4 x_6^+, \zeta_2 x_2). \quad (1.31)$$

Die Gleichung für die Zweipunktfunktion läßt sich jetzt in derselben Form wie im Fall der direkten Kopplung darstellen (Gleichung (1.26)). Hierbei ist:

$$< 12 | v_{pvs} | 34 > = \left(\frac{f_{pvs}}{\mu_{pvs}} \right)^2 (\gamma_5 \gamma_\mu)_{\zeta_1 \zeta_3} (\gamma_5 \gamma_\nu)_{\zeta_2 \zeta_4} \cdot$$

$$\cdot (\partial_1^\mu \partial_1^\nu \Delta_{pvs}^0(x_1, x_2)) \cdot \delta^4(x_1 - x_3) \delta^4(x_2 - x_4). \quad (1.32)$$

Bei Isovektormesonen muß entsprechend jeweils das Tensorprodukt mit τ_r gebildet werden.

Zum Schluß wollen wir als komplizierteste Kopplungsart die Vektorkopplung behandeln. Zunächst folgt aus (1.17):

$$(-p_\mu \gamma^\mu + m_0 \cdot 1)_{\zeta\zeta''} G_1(\zeta'' x, \zeta' x') = \delta_{\zeta\zeta'} \delta^4(x - x') -$$

$$-i \lim_{x_3 \rightarrow x^+} \left(\left[g_{vs} \gamma_\nu + \frac{f_{vs}}{2m_0} \sigma_{\mu\nu} \partial^\mu \right]_{\zeta\zeta''} \cdot \langle \phi_0 | T\{\psi_{\zeta''}(x_3) \Phi^\nu \bar{\psi}_{\zeta'}(x')\} | \phi_0 \rangle \right). \quad (1.33a)$$

Der gemischte Propagator erfüllt die inhomogene Procagleichung:

$$(\partial^\kappa \partial_\kappa \delta_\nu^\mu - \partial_\nu \partial^\mu + \mu_{vs}^2 \delta_\nu^\mu) \cdot \langle \phi_0 | T\{\psi_{\zeta_3}(x_3) \Phi_\mu(x) \bar{\psi}_{\zeta_2}(x_2)\} | \phi_0 \rangle =$$

$$= \left(g_{vs} \gamma_\nu - \frac{f_{vs}}{2m_0} \sigma_{\mu\nu} \partial^\mu \right)_{\zeta_4 \zeta_5} G_2(\zeta_3 x_3, \zeta_5 x, \zeta_2 x_2, \zeta_4 x^+). \quad (1.33b)$$

Mit dem oben beschriebenen Verfahren wird nun aus (1.33a) und (1.33b) eine Gleichung für die Einteilchen- und Zweiteilchen Greenfunktion hergeleitet. Diese Gleichung kann wieder in der Form (1.26) dargestellt werden, wobei für den "Potentialterm" gilt:

$$< 12 | v_{pvs} | 34 > = \delta^4(x_1 - x_3) \delta^4(x_2 - x_4) \cdot$$

$$\cdot \left[g_{vs} \gamma_\mu + \frac{f_{vs}}{2m_0} \partial_1^\lambda \sigma_{\lambda\mu} \right]_{\zeta_1 \zeta_2} \cdot \left[g_{vs} \gamma_\nu + \frac{f_{vs}}{2m_0} \partial_2^\kappa \sigma_{\kappa\nu} \right]_{\zeta_3 \zeta_4} (\Delta_{vs}^0)^{\mu\nu}(x_1, x_2). \quad (1.34)$$

Die entsprechenden Gleichungen für die (2N)-Punktfunktionen können in völlig analoger Weise abgeleitet werden. Man erhält ein hierarchisches Integralgleichungssystem, wobei die Gleichung für die N-Teilchen Greenfunktion jeweils die (N-1)-Teilchen Greenfunktion und die (N+1)-Teilchen Greenfunktion enthält:

$$G_N(1, 2 \dots n; 1', 2' \dots n') = \sum_{L=1}^N (-1)^{L+1} G_1^0(1, \ell') G_{N-1}(2 \dots n; 1' \dots \ell' \dots n') + \\ + i G_1^0(1, k) < k m | v | m' m'' > G_{N+1}(2 \dots n, m' m''; m^+ 1' \dots n'). \quad (1.35)$$

Mit:

$$G_0 \equiv 1, \\ < 12 | v | 34 > \equiv \sum_{(\alpha=\sigma, \omega, \pi \dots)} < 12 | v_\alpha | 34 > .$$

Wendet man (1.35) successive auf die Propagatoren des wechselwirkungsfreien Systems an, so erhält man die Entwicklung der Nukleonen-Greenfunktion nach Feynmandiagrammen, wie sie aus der Störungstheorie bekannt ist ([BD64], [ROM69]).

Das Gleichungssystem (1.35) stimmt formal mit dem im Rahmen der nicht relativistischen Theorie abgeleiteten Integralgleichungssystem überein (vgl. [Wei66]). Die mit den jeweiligen Vertexfaktoren multiplizierten Mesonenpropagatoren (1.27), (1.28), (1.32) und (1.34) übernehmen hierbei die Rolle des Potentials. Ferner ist anzumerken, daß bei der Wechselwirkung -im Gegensatz zur nicht relativistischen Theorie- Retardierungseffekte enthalten sind.

2. Kapitel Spektraldarstellung der Zweipunktfunktion

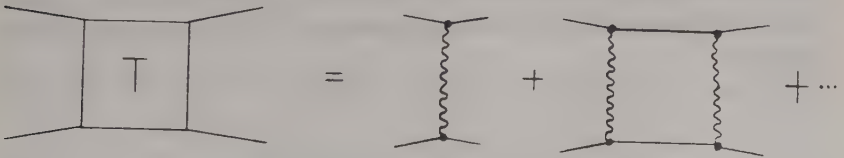
Da das Gleichungssystem (1.35) mit den heute zur Verfügung stehenden numerischen Verfahren und Rechenanlagen nicht direkt gelöst werden kann, ist man auf mehr oder weniger aufwendige Näherungsverfahren angewiesen. Bevor wir jedoch auf diese Verfahren im einzelnen eingehen, sollen in diesem Kapitel einige allgemeine Eigenschaften der Greenfunktionen besprochen werden. Nach einer kurzen Erörterung einiger benötigter Begriffe im 1. Abschnitt wird im 2. Abschnitt eine Herleitung der Spektraldarstellung der Einteilchen-Greenfunktion im Vakuum und in Materie skizziert. Daran schließt sich im 3. Abschnitt eine genauere Untersuchung der Spektralfunktion im Spezialfall reeller Selbstenergie an.

2.1 Definition der Selbstenergie und der T-Matrix

Aus dem Einteilchenpropagator kann man—wie weiter unten gezeigt wird— alle wesentlichen Eigenschaften des Vielkörpersystems berechnen. Wir wollen uns daher mit der Gleichung für die Zweipunktfunktion (1.35) näher befassen. Zunächst definieren wir die T-Matrix als formale Lösung der Gleichung (vgl. [PRW66], [Wei66]):

$$\langle 12 | v | 34 \rangle G_2(3, 4; 1', 2') =: \langle 12 | T | 34 \rangle G_1(3, 1') G_1(4, 2'). \quad (2.1)$$

In der Störungstheorie wird gezeigt, daß die T-Matrix die Summe aller topologisch verschiedenen Graphen mit je zwei freien Teilchenlinien ist ([BD64], [Mig67]):



Die Gleichung für die Einteilchen Greenfunktion kann somit in folgender Form geschrieben werden:

$$G_1(1, 1') = G_1^0(1, 1') - G_1^0(1, 3) \Sigma(3, 4) G_1(4, 1'). \quad (2.2)$$

Mit:

$$\Sigma(1,2) := -i < 14 | T | 52 > G_1(5,4^+). \quad (2.3)$$

$\Sigma(1,2)$ wird als Selbstenergie oder Massenoperator bezeichnet. (2.2) ist die sog. Dysongleichung. Ausgehend von (1.26) kann man die Dysongleichung auch in folgender Form darstellen:

$$((G_1^0)^{-1}(1,2) + \Sigma(1,2)) G_1(2,1') = \delta(1,1'). \quad (2.4)$$

Die Selbstenergie kann somit als effektives Einteilchenpotential angesehen werden.

2.2 Die Spektraldarstellung von G_1

Da Kernmaterie ebenso wie das Vakuum ein homogenes System ist, hängt die Zweipunktfunktion nur von der Differenz der Ortsvierervektoren ab [Wil79] :

$$\begin{aligned} G_1(1,1') &= G_{\zeta_1\zeta_1'}(x_1 - x_1') = i\Theta(x_1^0 - x_1'^0) < \phi_0 | \psi_{\zeta_1}(x_1) \bar{\psi}_{\zeta_1'}(x_1') | \phi_0 > - \\ &\quad - i\Theta(x_1'^0 - x_1^0) < \phi_0 | \bar{\psi}_{\zeta_1'}(x_1') \psi_{\zeta_1}(x_1) | \phi_0 > =: \\ &=: G_{\zeta_1\zeta_1'}^{ret}(x_1 - x_1') + G_{\zeta_1\zeta_1'}^{adv}(x_1 - x_1'). \end{aligned} \quad (2.5)$$

Nach Dazwischenschieben eines vollständigen Systems von Zuständen des Gesamtsystems und Übergang in den Fourierraum gemäß (A.1b) erhält man (vgl.: [BD64b], [Wil79]):

$$G_{\zeta_1\zeta_1'}(p^0, \vec{p}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{A_{\zeta_1\zeta_1'}(\omega, \vec{p})}{\omega - (p^0 - \mu)(1 + i0)} d\omega. \quad (2.6)$$

Mit:

$$A_{\zeta_1\zeta_1'}(p^0, \vec{p}) := \Theta(p^0) \rho_{\zeta_1\zeta_1'}^{(+)}(p^0, \vec{p}) - \Theta(-p^0) \rho_{\zeta_1\zeta_1'}^{(-)}(-p^0, -\vec{p}), \quad (2.7)$$

$$\rho_{\zeta_1 \zeta_1'}^{(+)}(p^0, \vec{p}) \equiv (2\pi)^3 \sum_n \delta(\tilde{p}_n^0 - p^0) \delta^3(\vec{p}_n - \vec{p}) < \phi_0 | \psi_{\zeta_1}(0) | \phi_n > < \phi_n | \bar{\psi}_{\zeta_1'}(0) | \phi_0 >, \\ \rho_{\zeta_1 \zeta_1'}^{(-)}(p^0, \vec{p}) \equiv (2\pi)^3 \sum_k \delta(\tilde{q}_k^0 - p^0) \delta^3(\vec{q}_k - \vec{p}) < \phi_0 | \bar{\psi}_{\zeta_1'}(0) | \phi_k > < \phi_k | \psi_{\zeta_1}(0) | \phi_0 > \\ .(2.7b)$$

Hierbei ist μ das chemische Potential des betrachteten Systems ($\mu = \partial E / \partial N$), wobei für das Vakuum $\mu = m_0$ gilt ¹⁾. $\tilde{p}_n^0$ bzw. $\tilde{q}_k^0$ sind die Anregungsenergien des $(A+1)$ - bzw. $(A-1)$ -Teilchen Systems relativ zum Grundzustand.

Die 64 Komponenten der Spektralfunktion $A_{\zeta\zeta'}(p)$ werden jetzt nach dem vollständigen System von Dirac- bzw. Paulimatrizen entwickelt. Durch die Invarianzeigenschaften des Systems wird die Zahl der unabhängigen Komponenten jedoch wesentlich eingeschränkt. Für Systeme mit gleicher Protonen- und Neutronenzahl gilt wegen der Rotationssymmetrie im Isoraum:

$$A_{\zeta\zeta'}(\omega, \vec{p}) = A_{\alpha\alpha'}(\omega, \vec{p}) \cdot \delta_{ii'}. \quad (2.8)$$

Da das Vakuum bezüglich Lorenztransformationen invariant ist, und die starke Wechselwirkung die Parität erhält, können nur die Koeffizienten von 1 und $(p_\mu \gamma^\mu)$ von Null verschieden sein [BD64b]. Darüber hinaus kann man zeigen, daß diese beiden Koeffizienten durch eine Funktion $\tilde{A}(\omega, \vec{p})$ ausgedrückt werden können [Wil79]:

$$A_{\alpha\alpha'}(\omega, \vec{p}) = \frac{\omega}{|\omega|} \left(\tilde{A}(\omega, \vec{p}) - \tilde{A}(-\omega, \vec{p}) \right) \cdot \delta_{\alpha\alpha'} + \\ + \frac{1}{\sqrt{\omega^2 + \vec{p}^2}} \left(\tilde{A}(\omega, \vec{p}) + \tilde{A}(-\omega, \vec{p}) \right) \cdot (p_\mu \gamma^\mu)_{\alpha\alpha'}. \quad (2.9)$$

¹⁾ Die Verschiebung um μ im Nenner von (2.6) wurde zur Vereinfachung der Notation eingeführt (vgl. [Wil79]).

Kernmaterie ist jedoch nicht invariant bezüglich speziellen Lorenztransformationen, da das System, in dem Kernmaterie ruht, gegenüber den hierzu bewegten Systemen ausgezeichnet ist. Die Spektralfunktion hat daher drei unabhängige Komponenten, die wir mit A_s, A_v und A_0 bezeichnen wollen [Wil79]:

$$A_{\alpha\alpha'} = A_s(\omega, \vec{p}) \cdot \delta_{\alpha\alpha'} + A_v(\omega, \vec{p}) \cdot (\hat{p} \vec{\gamma})_{\alpha\alpha'} + A_0(\omega, \vec{p}) \cdot \gamma_{\alpha\alpha'}^0. \quad (2.10)$$

Mit:

$$\hat{p} := \frac{\vec{p}}{|\vec{p}|}.$$

Aus der Definition der Spektralfunktion folgt, daß diese drei Funktionen reell sind. Darüber hinaus gelten folgende Summenregeln [Wil79]:

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} A_s(\omega, \vec{p}) d\omega &= \int_{-\infty}^{+\infty} A_v(\omega, \vec{p}) d\omega = 0, \\ \int_{-\infty}^{+\infty} A_0(\omega, \vec{p}) d\omega &= 1. \end{aligned}$$

Mit Hilfe der Darstellung (2.6) kann man die Greenfunktion ins Komplexe fortsetzen. Man definiert:

$$\tilde{G}_{\zeta\zeta'}(z, \vec{p}) := \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{A_{\zeta\zeta'}(\omega, \vec{p})}{\omega - z} d\omega. \quad (2.11)$$

$\tilde{G}$ ist mit Ausnahme eines Verzweigungsschnitts entlang der reellen Achse in der ganzen komplexen Ebene analytisch. Für $\text{Im}(z) > 0$ ist $\tilde{G}$ die analytische Fortsetzung der retardierten Greenfunktion G^{ret} , für $\text{Im}(z) < 0$ die analytische Fortsetzung der advanzierten Greenfunktion G^{adv} . Ferner gilt:

$$G(p^0, \vec{p}) = \tilde{G}((p^0 - \mu)(1 + i0), \vec{p}). \quad (2.12)$$

Mit Hilfe von Gleichung (2.4) kann man zeigen, daß die analytischen Eigenschaften der Selbstenergie mit denen von G übereinstimmen ¹⁾ Mit der Cauchyschen Integralformel kann man somit eine zu (2.11) analoge Spektraldarstellung der Selbstenergie herleiten [Mig67]:

$$\tilde{\Sigma}_{\zeta\zeta'}(z, \vec{p}) = \Sigma_{\zeta\zeta'}^{(\infty)} + \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sigma_{\zeta\zeta'}(\omega, \vec{p})}{\omega - z} d\omega, \quad (2.13)$$

Mit:

$$\Sigma_{\zeta\zeta'}^{(\infty)} \equiv (p_\mu \gamma^\mu - m_0 \cdot 1)_{\zeta\zeta'}$$

und:

$$\Sigma_{\zeta\zeta'}(p) = \tilde{\Sigma}_{\zeta\zeta'}((p^0 - \mu)(1 + i0), \vec{p}).$$

Wendet man nun die Inversionsformel (A.6) auf Gleichung (2.4) an, so sieht man, daß die Selbstenergie eine zu (2.10) analoge Darstellung hat:

$$\Sigma_{\zeta\zeta'}(p) = \Sigma_s(p) \cdot \delta_{\zeta\zeta'} + \Sigma_v(p) \cdot (\hat{p} \vec{\gamma})_{\zeta\zeta'} + \Sigma_0(p) \cdot \gamma_{\zeta\zeta'}^0. \quad (2.14)$$

2.3 Berechnung der Spektralfunktion für reelle Selbstenergie

Durch Anwendung der Cauchyschen Integralformel auf $\tilde{G}(z)$ kann man zeigen, daß die Spektralfunktion folgende Sprungrelation erfüllt ([PRW66], [Wei66]):

$$A(\omega, \vec{p}) = \frac{1}{2\pi i} \left(\tilde{G}(\omega + i0, \vec{p}) - \tilde{G}(\omega - i0, \vec{p}) \right). \quad (2.15)$$

Andererseits folgt aus der Dysongleichung (2.4) eine Relation zwischen dem Einteilchenpropagator und der ins Komplexe fortgesetzten Selbstenergie:

¹⁾ Hat $\tilde{G}(z)$ auf der reellen Achse Nullstellen, so ergeben sich zusätzliche Pole von $\Sigma(\omega)$. Dieser Fall tritt bei suprafluiden Systemen auf [Mig67].

$$\begin{aligned}
\tilde{G}(z, \vec{p}) &= \left(\tilde{G}^{-1}(z, \vec{p}) \right)^{-1} = \\
&= \left((m_0 + \tilde{\Sigma}_s(z, \vec{p})) \cdot 1 + (|\vec{p}| + \tilde{\Sigma}_v(z, \vec{p})) \cdot (\hat{p} \vec{\gamma}) + (\tilde{\Sigma}_0(z, \vec{p}) - z - \mu) \cdot \gamma^0 \right)^{-1} = \\
&= \frac{(m_0 + \tilde{\Sigma}_s(z, \vec{p})) \cdot 1 - (|\vec{p}| + \tilde{\Sigma}_v(z, \vec{p})) \cdot (\hat{p} \vec{\gamma}) - (\tilde{\Sigma}_0(z, \vec{p}) - z - \mu) \cdot \gamma^0}{(m_0 + \tilde{\Sigma}_s(z, \vec{p}))^2 + (|\vec{p}| + \tilde{\Sigma}_v(z, \vec{p}))^2 - (\tilde{\Sigma}_0(z, \vec{p}) - z - \mu)^2}. \quad (2.16)
\end{aligned}$$

Beim Übergang zur letzten Zeile wurde wieder die Inversionsformel (A.6) verwendet. Wir wollen Gleichung (2.16) jetzt im Spezialfall reeller Selbstenergie näher untersuchen. Dieser Fall tritt —wie wir später sehen werden— bei der Hartree-Fock Näherung und in bestimmten Energiebereichen auch bei den Λ -Näherungen auf.

Wir spalten jetzt die drei Selbstenergiekomponenten in Real- und Imaginärteil auf und setzen Gleichung (2.16) in (2.15) ein. Aus der Spektraldarstellung (2.13) lassen sich folgende Beziehungen für den Real- und Imaginärteil von $\tilde{\Sigma}(z, \vec{p})$ herleiten:

$$Re \tilde{\Sigma}(\omega + i0, \vec{p}) = Re \tilde{\Sigma}(\omega - i0, \vec{p}), \quad (2.17a)$$

$$Im \tilde{\Sigma}(\omega + i0, \vec{p}) = -Im \tilde{\Sigma}(\omega - i0, \vec{p}). \quad (2.17b)$$

Diese Beziehungen werden jetzt in die Gleichung für die Spektralfunktion eingesetzt und der Grenzübergang $Im \Sigma(\omega, \vec{p}) \rightarrow 0$ durchgeführt. Man erhält zunächst:

$$\begin{aligned}
A(\omega, \vec{p}) &= \frac{1}{\pi} \frac{\hat{\Gamma}(\omega + \mu)}{(F(\omega + \mu) - \Gamma_s^2(\omega + \mu) - \Gamma_v^2(\omega + \mu) + \Gamma_0^2(\omega + \mu))^2 + \hat{\Gamma}^2(\omega + \mu)} \cdot \\
&\cdot ((m_0 + V_s(\omega + \mu)) \cdot 1 - (|\vec{p}| + V_v(\omega + \mu)) \cdot (\hat{p} \vec{\gamma}) - (V_0(\omega + \mu) - \omega - \mu) \cdot \gamma^0). \quad (2.18)
\end{aligned}$$

Dabei wurden folgende Abkürzungen verwendet:

$$\Gamma_\alpha(\omega) := Im(\Sigma_\alpha(\omega, \vec{p})),$$

$$V_\alpha(\omega) := Re(\Sigma_\alpha(\omega, \vec{p})),$$

$$\hat{\Gamma}(\omega) :=$$

$$:= 2 \cdot \text{sign}(\mu - \omega) (\Gamma_s(\omega)(m_0 + V_s(\omega)) + \Gamma_v(\omega)(|\vec{p}| + V_v(\omega)) - \Gamma_0(\omega)(V_0(\omega) - \omega)),$$

$$F(\omega) := (m_0 + V_s(\omega))^2 + (|\vec{p}| + V_v(\omega))^2 - (V_0(\omega) - \omega)^2. \quad (2.19)$$

Im Grenzfall $\Gamma_\alpha \rightarrow 0$ wird daraus:

$$\begin{aligned} A(\omega, \vec{p}) = & \delta(F(\omega + \mu)) \text{sign}(\omega + \mu - \Sigma_0(\omega + \mu, \vec{p})) \cdot [(m_0 + \Sigma_s(\omega + \mu, \vec{p})) \cdot 1 - \\ & - (|\vec{p}| + \Sigma_v(\omega + \mu, \vec{p})) \cdot (\hat{p} \cdot \vec{\gamma}) - (\Sigma_0(\omega + \mu, \vec{p}) - \omega - \mu) \cdot \gamma^0]. \end{aligned} \quad (2.20)$$

Die Spektralfunktion ist also eine Summe von δ -Funktionen an den Nullstellen von $F(\omega)$. Für $(\partial \Sigma_\alpha / \partial \omega) > 1/2$ hat $F(\omega)$ zwei Nullstellen $\omega_1(k)$ und $\omega_2(k)$, die Lösungen der folgenden Gleichungen sind:

$$\omega_1(k) = \Sigma_0(\omega_1(k), k) + \sqrt{(m_0 + \Sigma_s(\omega_1(k), k))^2 + (k + \Sigma_v(\omega_1(k), k))^2}, \quad (2.21a)$$

$$\omega_2(k) = \Sigma_0(\omega_2(k), k) - \sqrt{(m_0 + \Sigma_s(\omega_2(k), k))^2 + (k + \Sigma_v(\omega_2(k), k))^2}. \quad (2.21b)$$

Für $(\partial \Sigma_\alpha / \partial \omega) \geq 1/2$ kann $F(\omega)$ mehr als zwei Nullstellen haben. Ob dieser Fall eintreten kann, hängt im wesentlichen von der verwendeten Näherung ab. Bei den in dieser Arbeit behandelten Näherungen ist — wie später gezeigt wird — die Selbstenergie nur schwach energieabhängig. Der Fall $(\partial \Sigma_\alpha / \partial \omega) \geq 1/2$ wird daher nicht näher behandelt. Die Spektralfunktion kann jetzt in folgender Form geschrieben werden:

$$A(\omega, \vec{p}) = A^{(1)}(\vec{p}) \cdot \delta(\omega + \mu - \omega_1(k)) + A^{(2)}(\vec{p}) \cdot \delta(\omega + \mu - \omega_2(k)).$$

Mit:

$$A_s^{(i)}(k) = \frac{m_0 + \Sigma_s(\omega_i(k), k)}{\left| \frac{\partial F}{\partial \omega}(\omega_i(k)) \right|} \cdot \text{sign}(\omega_i(k)),$$

$$A_v^{(i)}(k) = -\frac{k + \Sigma_v(\omega_i(k), k)}{\left| \frac{\partial F}{\partial \omega}(\omega_i(k)) \right|} \cdot \text{sign}(\omega_i(k)),$$

$$A_0^{(i)}(k) = \frac{\omega_i(k) - \Sigma_0(\omega_i(k), k)}{\left| \frac{\partial F}{\partial \omega}(\omega_i(k)) \right|} \cdot \text{sign}(\omega_i(k)),$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial F}{\partial \omega} \right) (\omega, k) &= 2 \cdot \left(m_0 + \Sigma_s(\omega, k) \right) \left(\frac{\partial \Sigma_s}{\partial \omega} \right) (\omega, k) + \\ &+ (k + \Sigma_v(\omega, k)) \left(\frac{\partial \Sigma_v}{\partial \omega} \right) (\omega, k) + (\Sigma_0(\omega, k) - \omega) \cdot \left(1 - \left(\frac{\partial \Sigma_0}{\partial \omega} \right) (\omega, k) \right). \end{aligned} \quad (2.22)$$

Vergleicht man (2.22) mit der nicht relativistischen Spektralfunktion ([Mig67], [PRW66]), so sieht man, daß die relativistische Spektralfunktion einen zusätzlichen Term enthält. Zur physikalischen Deutung dieses Terms wollen wir zunächst den wechselwirkungsfreien Fall betrachten. Für $\Sigma = 0$ reduziert sich (2.21) und (2.22) auf:

$$\begin{aligned} \omega_1(k) &= \sqrt{m_0^2 + k^2}, \\ \omega_2(k) &= -\sqrt{m_0^2 + k^2}, \end{aligned} \quad (2.23a)$$

$$A^{(i)}(\vec{p}) = \frac{m_0 \cdot 1 - \vec{p} \vec{\gamma} + \omega_i^0(k) \cdot \gamma^0}{2 \cdot \omega_i^0(k)}. \quad (2.23b)$$

Man sieht, daß $A^{(1)}(\vec{p})$ der freie Nukleonenpropagator und $A^{(2)}(\vec{p})$ der entsprechende Antinukleonenpropagator ist (vgl.[BD64]). Man kann daher auch im Fall mit Wechselwirkung schließen, daß $A^{(1)}(\vec{p})$ bzw. $A^{(2)}(\vec{p})$ die Propagation eines Teilchens bzw. Antiteilchens im Medium beschreibt. Entsprechend kann man $\omega_1(k)$ und $\omega_2(k)$ als Energie-Impuls Beziehung für Nukleonen und Antinukleonen deuten.

Ist die Selbstenergie nicht reell, so ist eine Aufspaltung der Spektralfunktion in einen Teilchen- und einen Antiteilchenanteil im allgemeinen nicht möglich.

3. Kapitel Die Hartree-Fock Näherung

In diesem Kapitel wird eine Herleitung der Hartree-Fock Gleichungen für das Kernmaterieproblem im Rahmen der Methode der Greenschen Funktionen gegeben. Ferner wird ein Vergleich mit anderen Methoden – insbesondere dem Walecka-Modell – durchgeführt.

3.1 Hartree-Fock mit Mesonen mit direkter Kopplung

Aus dem Gleichungssystem für die Greenfunktion (1.35) kann man in systematischer Weise Näherungen gewinnen, indem man jeweils nur Korrelationen bis zu einer bestimmten Ordnung mitberücksichtigt. Da die N -Teilchen Greenfunktion die Bewegung von N -Teilchen bzw. Antiteilchen vor dem Vielteilchenhintergrund beschreibt, bedeutet das, daß man G_{N+1} durch ein antisymmetrisiertes Produkt von G_M , $M = 1 \dots N$ approximiert ([Pu61], [PRW66], [RP63], [Wei66]).

Die einfachste Näherung ist in diesem Zusammenhang die Hartree-Fock Näherung. Bei der Hartree-Fock Näherung werden alle Korrelationen vernachlässigt, d.h. die Zweiteilchen Greenfunktion wird als Produkt von Einteilchen Greenfunktionen dargestellt:

$$G_2(1', 2'; 1, 2) = G_1(1', 1) G_1(2', 2) - G_1(1', 2) G_1(2', 1). \quad (3.1)$$

Setzt man (3.1) in das Gleichungssystem (1.35) ein, so sieht man, daß für die T-Matrix in Hartree-Fock Näherung gilt:

$$\langle 12 | T^{HF} | 34 \rangle = \langle 12 | v | 34 \rangle - \langle 12 | v | 43 \rangle. \quad (3.2)$$

Man kann die Selbstenergie gemäß Gleichung (2.3) somit direkt aus der Potentialmatrix und der Einteilchen Greenfunktion berechnen:

$$\Sigma^{HF}(1', 1) = i \langle 1' 2 | v | 13 \rangle G_1(3, 2^+) - i \langle 1' 2 | v | 31 \rangle G_1(3, 2^+). \quad (3.3)$$

Wenden wir uns nun als einfachsten Fall der Wechselwirkung mit skalaren, isoskalaren Mesonen zu. Nach Übergang zur Impulsdarstellung kann man Gleichung (3.3) folgendermaßen schreiben:

$$\Sigma_{\zeta_1' \zeta_1}(p) =$$

$$\begin{aligned} & -i g_{ss}^2 \delta_{\zeta_1' \zeta_1} \delta_{\zeta_2 \zeta_3} \Delta_{ss}^0(q=0) \frac{1}{(2\pi)^4} \int e^{i p' \cdot 0} G_1(\zeta_3 \zeta_2, p') d^4 p' + \\ & + i g_{ss}^2 \delta_{\zeta_1' \zeta_3} \delta_{\zeta_2 \zeta_1} \frac{1}{(2\pi)^4} \int e^{i p' \cdot 0} \Delta_{ss}^0(p-p') G_1(\zeta_3 \zeta_2, p') d^4 p' =: \\ & =: \Sigma_{\zeta_1' \zeta_1}^H + \Sigma_{\zeta_1' \zeta_1}^F. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Wir drücken jetzt die Einteilchen Greenfunktion gemäß (2.6) durch ihre Spektralfunktion aus und führen die Integration über p^0 aus. Es ergibt sich:

$$\Sigma_{\zeta_1' \zeta_1}^H = -g_{ss}^2 \delta_{\zeta_1' \zeta_1} \delta_{\zeta_2 \zeta_3} \Delta_{ss}^0(q=0) \frac{1}{(2\pi)^3} \iint A_{\zeta_3 \zeta_2}(\omega, \vec{p}') \Theta(-\omega) d\omega d^3 \vec{p}', \quad (3.5a)$$

$$\Sigma_{\zeta_1' \zeta_1}^F = -g_{ss}^2 \delta_{\zeta_1' \zeta_3} \delta_{\zeta_2 \zeta_1} \frac{1}{(2\pi)^3} \iint \Delta_{ss}^0(p^0 - \omega - \mu, \vec{p} - \vec{p}') A_{\zeta_3 \zeta_2}(\omega, \vec{p}') \Theta(-\omega) d\omega d^3 \vec{p}'. \quad (3.5b)$$

Da sowohl die Spektralfunktion als auch der freie Mesonenpropagator reelle Funktionen sind, ist die Selbstenergie in Hartree-Fock Näherung ebenfalls reell. Gemäß den Überlegungen von Kapitel 2 zerfällt die Spektralfunktion daher in zwei δ -Funktionen, einen Nukleonen- und einen Antinukleonenterm. Somit läßt sich auch die Selbstenergie in einen Nukleonen- und einen Antinukleonenanteil aufspalten. Nach Einsetzen von Gleichung (2.22) in (3.5) bleibt nur eine Integration über den Dreierimpuls übrig, wobei das Integrationsgebiet wegen der Θ -Funktion in Gleichung (3.5) jeweils durch die Bedingungen $\omega_i(k) \leq \mu$ festgelegt wird. Entsprechend der Interpretation von $\omega_1(k)$ bzw. $\omega_2(k)$ als Energie-Impuls Beziehung für Teilchen bzw. Antiteilchen wird man erwarten, daß $\omega_1(k)$ eine monoton steigende Funktion mit $\omega_1(k) > 0$ ist, $\omega_2(k)$ dagegen eine monoton fallende Funktion mit $\omega_2(k) < 0$.

Im Dichtebereich von Kernmaterie ist ferner die Energie pro Nukleon sehr viel kleiner als die Nukleonenmasse, so daß gilt ¹⁾:

$$0 < \mu < m_0.$$

¹⁾ Man beachte, daß der Energienullpunkt so festgelegt wurde, daß für das Vakuum $\mu = m_0$ gilt.

Die Integration erstreckt sich daher beim Antinukleonenanteil von Σ über den gesamten Impulsraum, während das Integrationsgebiet beim Nukleonenanteil auf eine Kugel von Radius k_f beschränkt ist. Der Fermiimpuls k_f wird hierbei — ebenso wie in der nicht relativistischen Theorie — als Lösung der Gleichung

$$\omega_1(k_f) = \mu$$

definiert (vgl.[RPW66]). Die Spektralfunktion in Hartree-Fock Näherung kann jetzt in folgender Form geschrieben werden:

$$\Sigma_{\zeta_1' \zeta_1}^H(p^0, \vec{p}) = -g_{ss}^2 \delta_{\zeta_1' \zeta_1} \delta_{\zeta_2 \zeta_3} \Delta_{ss}^0(q=0) \cdot$$

$$\cdot \left[\frac{1}{(2\pi)^3} \int_{k' \leq k_f} A_{\zeta_3 \zeta_2}^{(1)}(\vec{p}') d^3 \vec{p}' + \frac{1}{(2\pi)^3} \int A_{\zeta_3 \zeta_2}^{(2)}(\vec{p}') d^3 \vec{p}' \right]. \quad (3.6a)$$

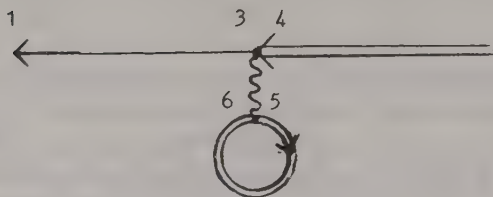
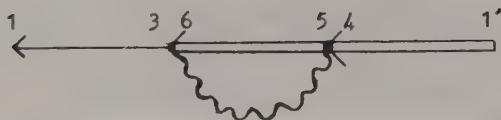
$$\Sigma_{\zeta_1' \zeta_1}^F(p^0, \vec{p}) = g_{ss}^2 \delta_{\zeta_1' \zeta_3} \delta_{\zeta_2 \zeta_1} \cdot$$

$$\cdot \left[\frac{1}{(2\pi)^3} \int_{k' \leq k_f} \Delta_{ss}^0(p^0 - \omega_1(k'), \vec{p} - \vec{p}') A_{\zeta_3 \zeta_2}^{(1)}(\vec{p}') d^3 \vec{p}' + \right. \\ \left. + \frac{1}{(2\pi)^3} \int \Delta_{ss}^0(p^0 - \omega_2(k'), \vec{p} - \vec{p}') A_{\zeta_3 \zeta_2}^{(2)}(\vec{p}') d^3 \vec{p}' \right]. \quad (3.6b)$$

3.2 Klassifizierung der Graphen; Regularisierung

Zur Deutung des Nukleonen- und Antinukleonenanteils der Selbstenergie wollen wir die zugrunde liegenden physikalischen Prozesse genauer betrachten. Die Dyson Gleichung für den Einteilchenpropagator kann folgendermaßen durch Feynmangraphen dargestellt werden:

$$G_1(1,1') = G_1^0(1,1') - iG_1^0(1,3) < 35 | v | 46 > G_1(6,5^+)G_1(4,1') + \\ + iG_1^0(1,3) < 35 | v | 64 > G_1(6,5^+)G_1(4,1'). \quad (3.7)$$



Mit:

$$G_1^0(1,2) \equiv$$


$$< 12 | v | 34 > \equiv$$

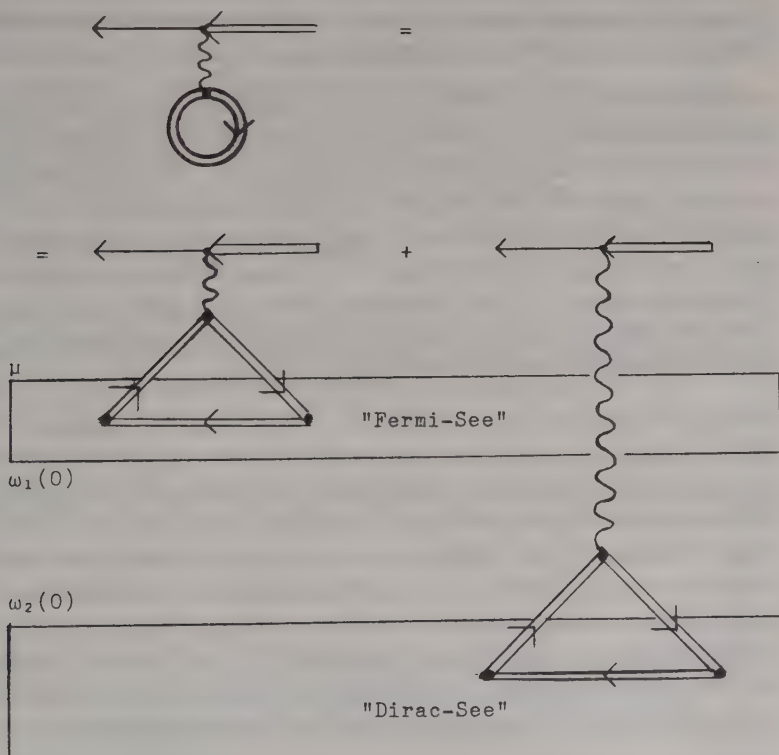


$$G_1(1,2) \equiv$$


Hierbei muß jeweils über alle Zwischenzustände summiert bzw. integriert werden. Der zweite und der dritte Term auf der rechten Seite von Gleichung (3.7) beschreiben die Wechselwirkung des Teilchens bzw. Antiteilchens ^{mit} vor dem Vielteilchensystem im Grundzustand.

Der Vakuumzustand kann als derjenige Zustand aufgefaßt werden, bei dem alle Antinukleonenzustände besetzt sind [BD64b]¹⁾. Man spricht in diesem Fall vom "Dirac-See". Entsprechend sind beim Kernmateriegrundzustand zusätzlich die Nukleonenzustände bis zur Fermikante besetzt. Wir wollen diese Zustände als "Fermi-See" bezeichnen.

Zeichnet man zusätzlich die Feynmangraphen der Hintergrundteilchen, so kann man den Hartree-Term folgendermaßen veranschaulichen (vgl. Gleichung (3.6a)) :



¹⁾ Man kann den Vakuumzustand natürlich auch als den Zustand auffassen, bei dem alle Nukleonenzustände besetzt sind

Der erste Graph beschreibt die Bildung eines Teilchen-Loch Paares, wobei der Lochzustand im Energiebereich $[\omega_1(0), \mu]^{1)}$ erzeugt wird. Dieser Beitrag ist beim Vakuumproblem nicht vorhanden, da für das Vakuum $\omega_1(0) = \mu = m_0$ gilt (vgl. Kapitel 2). Wir wollen diesen Graphen daher als "Mediumpolarisationsgraphen" bezeichnen. Der zweite Term ist dagegen sowohl in Kernmaterie als auch im Vakuum vorhanden. Er beschreibt die Erzeugung eines Teilchen-Antiteilchen Paares, wobei über Zustände im Energiebereich $[\omega_2(0), -\infty]$ (bzw. $[-m_0, -\infty]$ im Vakuum) integriert wird. Man kann diesen Beitrag daher als "Vakuumpolarisationsgraphen" bezeichnen.

Diese Graphen liefern i.a. divergente Beiträge zur Selbstenergie, d.h. sie müssen renormiert werden. Bei einer realistischen Nukleon-Nukleon Wechselwirkung stößt man hierbei jedoch auf prinzipielle Schwierigkeiten. Mit den heute zur Verfügung stehenden Methoden können Wechselwirkungen, die Ableitungskopplungsterme enthalten, nicht renormiert werden. Die im 1. Kapitel vorgestellte Nukleon-Nukleon Wechselwirkung ist daher nicht renormierbar.

Um dieses Problem zu lösen, kann man prinzipiell zwei verschiedene Wege beschreiten. Zum einen kann man auf eine realistische Nukleon-Nukleon Wechselwirkung verzichten und statt dessen eine einfache — renormierbare — Modell-Wechselwirkung verwenden. Dieser Weg wird beim Walecka-Modell eingeschlagen ([Wa74], [Ch77], [HS83]). Beim Walecka-Modell werden die Kopplungskonstanten so gefittet, daß sich — bei einer gegebenen Näherung — die richtigen Sättigungseigenschaften von Kernmaterie ergeben. Ziel der vorliegenden Arbeit ist es jedoch diese Kernmaterieeigenschaften aus der freien Nukleon-Nukleon Wechselwirkung herzuleiten. Das Walecka-Modell ist daher für unsere Zwecke ungeeignet.

Ein gänzlich anderer Ansatz liegt dem sog. "Bonn-Potential" zugrunde ([Er74], [EHA71], [EHB71], [Ho81]). Hier wird auf eine Renormierung der Wechselwirkung zugunsten einer vollständigen ("realistischen") Beschreibung der Nukleon-Nukleon Wechselwirkung verzichtet. Die weiter oben diskutierten Divergenzen werden dadurch vermieden, daß man den intermediären Propagatoren jeweils Projektoren auf Nukleonenzustände hinzufügt. Als eine Konsequenz dieser Vorgehensweise ergibt sich, daß das Potential — ähnlich dem nicht renormierten Coulomb-Potential — für kleine Abstände bzw. große Impulse singular wird. Um den Effekt der Abschirmung der Wechselwirkung für kleine Abstände und die endliche Ausdehnung der Nukleonen und Mesonen zu berücksichtigen, werden die Kopplungskonstanten daher mit

¹⁾ Das entspricht dem Impulsbereich $[0, k_f]$.

phänomenologischen Formfaktoren multipliziert. (D.h. g_α wird durch $g_\alpha \cdot F_\alpha(p - p')$ ersetzt.) Man spricht hierbei von einer Regularisierung der Nukleon–Nukleon Wechselwirkung [Er74].

Da die freien Parameter des Bonn–Potentials an der freien Nukleon–Nukleon Wechselwirkung gefittet sind, kann man es als “realistisches” Potential bezeichnen. Die Kopplungskonstanten und Formfaktoren verschiedener Versionen des Bonn–Potentials sind in Anhang C zusammengestellt.

Wir wollen nun das Konzept des Bonn–Potentials auf die Kernmaterierechnung übertragen. Entsprechend den vorangehenden Ausführungen muß man alle Antinukleonenbeiträge in den Zwischenzuständen weglassen¹⁾ und die Vertices regularisieren. Es werden also nur die “Mediumpolarisationsgraphen” berücksichtigt.

Man sieht, daß diese Näherung sicher nur dann gerechtfertigt ist, wenn alle bei den intermediären Teilchen–Loch Prozessen auftretenden Energien sehr viel kleiner als der Energieabstand zwischen Fermi- und Dirac–See sind. Andernfalls ist eine Vernachlässigung der “Vakuumpolarisationsgraphen” gegenüber den “Mediumpolarisationsgraphen” sicher nicht möglich. Insbesondere ist diese Näherung für hohe Dichten, wie sie in Neutronensternen vorkommen nicht anwendbar. Diese Bereiche bleiben renormierbaren Theorien wie dem Walecka–Modell vorbehalten.

3.3 Regularisierung der Selbstenergie

Wir wollen jetzt die Selbstenergie in Hartree–Fock Näherung zunächst für skalare Kopplung näher untersuchen. Wendet man das im letzten Abschnitt beschriebene Regularisierungsverfahren auf Gleichung (3.6) an, so erhält man:

$$\Sigma_{\zeta_1' \zeta_1}^H(p^0, \vec{p}) = -g_{ss}^2 \delta_{\zeta_1' \zeta_1} \delta_{\zeta_2 \zeta_3} \tilde{\Delta}_{ss}^0(q=0) \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{k' \leq k_f} A_{\zeta_3 \zeta_2}^{(1)}(\vec{p}') d^3 \vec{p}', \quad (3.7a)$$

$$\Sigma_{\zeta_1' \zeta_1}^F(p^0, \vec{p}) = g_{ss}^2 \delta_{\zeta_1' \zeta_3} \delta_{\zeta_2 \zeta_1} \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{k' \leq k_f} \tilde{\Delta}_{ss}^0(p^0 - \omega_1(k'), \vec{p} - \vec{p}') A_{\zeta_3 \zeta_2}^{(1)}(\vec{p}') d^3 \vec{p}'. \quad (3.7b)$$

¹⁾ Diese Einschränkung betrifft natürlich nicht die Anfangs- und Endzustände.

Mit:

$$\tilde{\Delta}_{ss}^0(q) \equiv F_{ss}^2(q) \cdot \Delta_{ss}^0(q).$$

Setzt man nun den Ausdruck (2.22) für die Nukleonenspektralfunktion ein, so kann man die Selbstenergie gemäß (2.14) in die drei Anteile Σ_s , Σ_v und Σ_0 aufspalten:

$$\Sigma_s^H(p^0, \vec{p}) = -8g_{ss}^2 \cdot \tilde{\Delta}_{ss}^0(q=0) \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{k' \leq k_f} A_s^{(1)}(\vec{p}') d^3 \vec{p}', \quad (3.8a)$$

$$\Sigma_v^H(p^0, \vec{p}) = \Sigma_0^H(p^0, \vec{p}) = 0, \quad (3.8b)$$

$$\Sigma_s^F(p^0, \vec{p}) = g_{ss}^2 \cdot \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{k' \leq k_f} \tilde{\Delta}_{ss}^0(p^0 - \omega_1(k'), \vec{p} - \vec{p}') \cdot A_s^{(1)}(\vec{p}') d^3 \vec{p}', \quad (3.8c)$$

$$\Sigma_v^F(p^0, \vec{p}) = g_{ss}^2 \cdot \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{k' \leq k_f} (\hat{p} \cdot \hat{p}') \tilde{\Delta}_{ss}^0(p^0 - \omega_1(k'), \vec{p} - \vec{p}') \cdot A_v^{(1)}(\vec{p}') d^3 \vec{p}', \quad (3.8d)$$

$$\Sigma_0^F(p^0, \vec{p}) = g_{ss}^2 \cdot \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{k' \leq k_f} \tilde{\Delta}_{ss}^0(p^0 - \omega_1(k'), \vec{p} - \vec{p}') \cdot A_0^{(1)}(\vec{p}') d^3 \vec{p}'. \quad (3.8e)$$

Die entsprechenden Ausdrücke für die übrigen Mesonen mit direkter Kopplung unterscheiden sich davon nur durch Vertexfaktoren. Bei Wechselwirkung mit Isektormesonen liefert der Hartree-Term wegen $SP(\tau_r) = 0$ keinen Beitrag. Beim Fock-Term ergibt sich wegen $\sum_{r=1}^3 \tau_r^2 = 3 \cdot 1^{iso}$ gegenüber den isoskalaren Mesonen ein zusätzlicher Faktor 3^1 . Wir beschränken uns daher im folgenden auf den Fall isoskalarer Mesonen.

Die Selbstenergiekomponenten für die Wechselwirkung mit Mesonen mit pseudoskalarer Kopplung lassen sich durch elementare Diracalgebra berechnen. Es ergibt sich:

¹⁾ Das gilt unabhängig von der Kopplungsform.

$$\Sigma^H = 0, \quad (3.9a)$$

$$\Sigma_s^F(p^0, \vec{p}) = -g_{ps}^2 \cdot \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{k' \leq k_f} \tilde{\Delta}_{ss}^0(p^0 - \omega_1(k'), \vec{p} - \vec{p}') \cdot A_s^{(1)}(\vec{p}') d^3 \vec{p}', \quad (3.9b)$$

$$\Sigma_v^F(p^0, \vec{p}) = g_{pss}^2 \cdot \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{k' \leq k_f} (\hat{p} \cdot \vec{p}') \tilde{\Delta}_{ss}^0(p^0 - \omega_1(k'), \vec{p} - \vec{p}') \cdot A_v^{(1)}(\vec{p}') d^3 \vec{p}', \quad (3.9c)$$

$$\Sigma_0^F(p^0, \vec{p}) = g_{pss}^2 \cdot \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{k' \leq k_f} \tilde{\Delta}_{ss}^0(p^0 - \omega_1(k'), \vec{p} - \vec{p}') \cdot A_0^{(1)}(\vec{p}') d^3 \vec{p}'. \quad (3.9d)$$

3.4 Hartree-Fock mit Mesonen mit Ableitungskopplung

Da die wesentlichen Schritte zur Berechnung der regularisierten Selbstenergie für Mesonen mit Ableitungskopplung mit dem in den vorangehenden Abschnitten beschriebenen Verfahren übereinstimmen, wollen wir nur einige Besonderheiten herausarbeiten.

Bei Wechselwirkung mit isoskalaren Mesonen mit Pseudovektorkopplung erhält man folgenden Ausdruck für den Mediumpolarisationsanteil der Selbstenergie:

$$\Sigma^H = 0, \quad (3.10a)$$

$$\Sigma_{\zeta_1' \zeta_1}^F(p) = \left(\frac{f_{pvs}}{\mu_{pvs}} \right)^2 \cdot (\gamma^5 \gamma^\mu)_{\zeta_1' \zeta_3} \cdot (\gamma^5 \gamma^\nu)_{\zeta_4 \zeta_1} \cdot$$

$$\cdot \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{k' \leq k_f} \left[(p - p')_\mu (p - p')_\nu \tilde{\Delta}_{pvs}^0(p - p') \right]_{|p'^0 = \omega_1(k')} A_{\zeta_3 \zeta_4}^{(1)}(\vec{p}') d^3 \vec{p}' \quad (3.10b)$$

In (3.10) wird jetzt die Darstellung (2.22) der Spektralfunktion eingesetzt und die so entstandenen Ausdrücke nach dem vollständigen System der 16 Diracmatrizen entwickelt. Das Ergebnis kann wieder als Linearkombination von $1, (\hat{p} \cdot \vec{\gamma})$ und γ^0 dargestellt werden. Für die Koeffizienten erhält man:

$$\Sigma_s^F(p) = \left(\frac{f_{pvs}}{\mu_{pvs}} \right)^2 \cdot \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{k' \leq k_f} \left[-(p-p')^2 A_s^{(1)}(\vec{p}') \tilde{\Delta}_{pvs}^0(p-p') \right]_{|p'^0=\omega_1(k)} d^3 \vec{p}' \quad (3.11a)$$

$$\Sigma_v^F(p) = \left(\frac{f_{pvs}}{\mu_{pvs}} \right)^2 \cdot \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{k' \leq k_f} \left[((2 \cdot (k'(\hat{p} \cdot \hat{p}') - k) \cdot (k(\hat{p} \cdot \hat{p}') - k') - (p-p')^2(\hat{p} \cdot \hat{p}')) \cdot \right. \\ \left. \cdot A_v^{(1)}(k') + 2 \cdot (k'(\hat{p} \cdot \hat{p}') - k) \cdot (p^0 - p'^0) A_0^{(1)}(k') \right] \tilde{\Delta}_{pvs}^0(p-p') \Big|_{|p'^0=\omega_1(k')} d^3 \vec{p}', \quad (3.11b)$$

$$\Sigma_0^F(p) = \left(\frac{f_{pvs}}{\mu_{pvs}} \right)^2 \cdot \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{k' \leq k_f} \left[(2 \cdot (k(\hat{p} \cdot \hat{p}') - k') \cdot (p^0 - p'^0) A_v^{(1)}(k') + \right. \\ \left. + (2 \cdot (p^0 - p'^0)^2 - (p-p')^2) A_0^{(1)}(k') \right] \tilde{\Delta}_{pvs}^0(p-p') \Big|_{|p'^0=\omega_1(k')} d^3 \vec{p}'. \quad (3.11c)$$

Schließlich wollen wir als komplizierteste Kopplungsform die Vektorkopplung behandeln. Der entsprechende Ausdruck für die Selbstenergie lautet in diesem Fall:

$$\Sigma_{\zeta_1' \zeta_1}^H(p) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{k' \leq k_f} \left(g_{vs} \gamma_\mu - \left(\frac{if_{vs}}{2m_0} \right) (p-p')^\lambda \sigma_{\lambda\mu} \right)_{\zeta_1' \zeta_1} \cdot \\ \cdot \left(g_{vs} \gamma_\nu + \left(\frac{if_{vs}}{2m_0} \right) (p-p')^\kappa \sigma_{\kappa\nu} \right)_{\zeta_2 \zeta_3} \left(\tilde{\Delta}_{vs}^0(p-p') \right)^{\mu\nu} A_{\zeta_3 \zeta_2}^{(1)}(\vec{p}') d^3 \vec{p}', \quad (3.12a)$$

$$\Sigma_{\zeta_1' \zeta_1}^F(p) = -\frac{1}{(2\pi)^3} \int_{k' \leq k_f} \left(g_{vs} \gamma_\mu - \left(\frac{if_{vs}}{2m_0} \right) (p-p')^\lambda \sigma_{\lambda\mu} \right)_{\zeta_1' \zeta_1} \cdot$$

$$\cdot \left(g_{vs} \gamma_\nu + \left(\frac{if_{vs}}{2m_0} \right) (p-p')^\kappa \sigma_{\kappa\nu} \right)_{\zeta_2 \zeta_1} \left(\tilde{\Delta}_{vs}^0(p-p') \right)^{\mu\nu} A_{\zeta_3 \zeta_2}^{(1)}(\vec{p}') d^3 \vec{p}'. \quad (3.12b)$$

Mit:

$$p^0 \equiv \omega_1(k').$$

Hierbei ist $\left(\tilde{\Delta}_{vs}^0(p-p') \right)^{\mu\nu}$ der Propagator für wechselwirkungsfreie Vektormesonen. Es gilt [Rom69] :

$$\left(\tilde{\Delta}_{vs}^0(q) \right)^{\mu\nu} = \left(g^{\mu\nu} - \frac{1}{\mu_{vs}^2} q^\mu q^\nu \right) \cdot \mathcal{G}(q).$$

Mit:

$$\mathcal{G}(q) = \frac{F_{vs}^2(q)}{\mu_{vs}^2 - q^2}. \quad (3.13)$$

Die in (3.12) enthaltenen Produkte von Diracmatrizen werden nun nach dem oben beschriebenen Verfahren entwickelt. Nach einer längeren Rechnung erhält man schließlich folgende Ausdrücke für die Selbstenergiekomponenten:

$$\Sigma_s^H(p) = \Sigma_v^H(p) = 0$$

$$\Sigma_0^H(p) = 8 \cdot g_{vs}^2 \cdot \mathcal{G}(q=0) \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{k' \leq k_f} A_0^{(1)}(k') d^3 \vec{p}', \quad (3.14a)$$

$$\Sigma_s^F(p) = g_{vs}^2 \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{k' \leq k_f} \left((-4 + h_1 \cdot (p-p')^2) \cdot A_s^{(1)}(k') + \right.$$

$$\left. + \frac{3f_{vs}}{m_0 g_{vs}} (\vec{p}'(\vec{p} - \vec{p}') \cdot A_v^{(1)}(k') + (p^0 - p'^0) A_0^{(1)}(k')) \cdot \mathcal{G}(p-p') d^3 \vec{p}', \right.$$

$$\begin{aligned}\Sigma_v^F(p) = & g_{vs}^2 \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{k' \leq k_f} \left(\frac{3f_{vs}}{m_0 g_{vs}} (k - k'(\hat{p} \cdot \hat{p}')) A_s^{(1)}(k') + \right. \\ & + (2(\hat{p} \cdot \hat{p}') + k \cdot k'(\hat{p} \cdot \hat{p}')^2 (h_2 - 2h_3) + k \cdot k' \cdot h_2 - (k^2 + k'^2)(\hat{p} \cdot \hat{p}')(h_2 - h_3) - \\ & \left. - h_3(p^0 - p'^0)^2(\hat{p} \cdot \hat{p}') \right) A_v^{(1)}(k') + h_2(p^0 - p'^0)(k'(\hat{p} \cdot \hat{p}') - k) A_0^{(1)}(k') \cdot \mathcal{G}(p - p') d^3 \vec{p}',\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Sigma_0^F(p) = & g_{vs}^2 \frac{1}{(2\pi)^3} \cdot \\ & \cdot \int_{k' \leq k_f} \left(-\frac{3f_{vs}}{m_0 g_{vs}} (p^0 - p'^0) A_s^{(1)}(k') + h_2(p^0 - p'^0) \vec{p}' (\vec{p} - \vec{p}') A_v^{(1)}(k') + \right. \\ & \left. + ((h_2 - h_3)(p^0 - p'^0)^2 + h_3(\vec{p} - \vec{p}')^2 + 2) A_0^{(1)}(k') \right) \cdot \mathcal{G}(p - p') d^3 \vec{p}'. \quad (3.14b)\end{aligned}$$

Hierbei wurden die Abkürzungen

$$\begin{aligned}p'^0 &= \omega_1(k'), \\ h_1 &\equiv \frac{1}{\mu_{vs}^2} - \frac{3}{4m_0^2} \left(\frac{f_{vs}}{g_{vs}} \right)^2, \\ h_2 &\equiv \frac{2}{\mu_{vs}^2} + \frac{1}{m_0^2} \left(\frac{f_{vs}}{g_{vs}} \right)^2, \\ h_3 &\equiv \frac{1}{\mu_{vs}^2} + \frac{1}{4m_0^2} \left(\frac{f_{vs}}{g_{vs}} \right)^2.\end{aligned}$$

verwendet. Man sieht, daß der Ableitungskopplungsterm keinen Beitrag zum Hartree-Anteil der Selbstenergie liefert.

3.5 Vergleich mit dem $(\sigma - \omega)$ -Modell

Um einen qualitativen Einblick in das Verhalten der Selbstenergie in Hartree-Fock Näherung zu gewinnen, wollen wir zunächst einen einfachen Spezialfall betrachten. In Hartree Näherung liefern nur die Mesonen mit $J^\pi = 0^+, T = 0$ und $J^\pi = 1^-, T = 0$ einen Beitrag zur regularisierten Selbstenergie. Ferner ist die Selbstenergie in diesem

Fall sowohl von der Energie als auch vom Impuls unabhängig (vgl. Gleichung (3.8) und (3.14)). Der Nukleonpropagator nimmt daher in Hartree Näherung eine besonders einfache Form an (siehe Gleichung (2.22)). Setzt man die entsprechenden Ausdrücke in die Gleichungen für die Selbstenergie ein, so erhält man:

$$\Sigma_s^H = -\frac{2g_{ss}^2 \tilde{m}}{\pi^2 \mu_{ss}^2} \int_0^{k_f} \frac{k'^2}{\sqrt{\tilde{m}^2 + k'^2}} dk', \quad (3.15a)$$

$$\Sigma_v^H = 0, \quad (3.15b)$$

$$\Sigma_0^H = \frac{2g_{vs}^2 k_f^3}{3\pi^2 \mu_{vs}^2}. \quad (3.15c)$$

Ein Vergleich zeigt, daß Gleichung (3.15) mit dem beim phänomenologischen $(\sigma - \omega)$ -Modell verwendeten Ansatz übereinstimmt¹⁾ (vgl. [JM81a]). Beim $(\sigma - \omega)$ -Modell werden für das skalare σ -Meson und das Vektormeson (ω -Meson) effektive Kopplungskonstanten verwendet. Im Dichtebereich von Kernmaterie ergeben sich typischerweise Werte von $\Sigma_0 \simeq 250 \text{ MeV}$ und $\Sigma_s \simeq -300 \text{ MeV}$, wobei das σ -Meson gemäß (3.15) für den anziehenden Anteil, das ω -Meson dagegen für den abstoßend wirkenden Anteil der Selbstenergie verantwortlich ist.

Dieser Kompensationseffekt ist ein wesentliches Charakteristikum der relativistischen Kernmaterietheorie. Wir werden später darauf noch ausführlich zurückkommen.

3.6 Berechnung der Dichte und der Energie pro Nukleon

Bevor wir uns der numerischen Behandlung der Hartree-Fock Gleichungen zuwenden, sollen in diesem Abschnitt Ausdrücke für die Nukleonendichte und die Energie pro Nukleon als Funktion der Selbstenergie und der Spektralfunktion abgeleitet werden.

Die mittlere Teilchenzahl pro Volumen ist der Erwartungswert des Teilchenzahloperators im Grundzustand. Wegen der Homogenität der Zeit kann man sich hierbei auf den Zeitpunkt $x^0 = 0$ beschränken (vgl. [Wil79]). Es gilt:

¹⁾ Bei den Kopplungskonstanten muß man lediglich die Ersetzungen $g_\alpha F_\alpha(0) \rightarrow g_\alpha$ vornehmen.

$$N/V = \frac{1}{V} \int_V \langle \phi_0 | \psi^\dagger(0, \vec{x}) \psi(0, \vec{x}) | \phi_0 \rangle d^3 \vec{x}. \quad (3.16)$$

Wir drücken den Integranden jetzt durch die Einteilchen Greenfunktion aus und erhalten unter Berücksichtigung von (2.5):

$$N/V = i \gamma_{\zeta\zeta'}^0 G_{\zeta'\zeta}(0^-, \vec{0})$$

In Impulsdarstellung wird daraus:

$$N/V = \frac{i}{(2\pi)^4} \gamma_{\zeta\zeta'}^0 \int e^{i\omega p^0} G_{\zeta'\zeta}(p) d^4 p. \quad (3.17)$$

Nach Einsetzen der Spektraldarstellung (2.11) und Ausführung der Integration über p^0 erhält man :

$$N/V = \frac{8}{(2\pi)^3} \iint \Theta(-\omega) A_0(\omega, \vec{p}) d\omega d^3 \vec{p}. \quad (3.18)$$

Im Spezialfall reeller Selbstenergie läßt sich dieser Ausdruck weiter vereinfachen:

$$N/V = \frac{8}{(2\pi)^3} \int_{k' \leq k_f} A_0^{(1)}(k) d^3 \vec{p} + \frac{8}{(2\pi)^3} \int A_0^{(2)}(k) d^3 \vec{p}. \quad (3.19)$$

Entsprechend der weiter oben entwickelten Interpretation kann man den ersten Term als (endliche) Nukleonendichte und den zweiten Term als (unendliche) Antinukleonendichte ansehen. In der regularisierten Theorie wird daher nur der erste Term berücksichtigt¹⁾.

Ist die Selbstenergie darüber hinaus nicht energieabhängig, so gilt $A_0^{(1)} = 1/2$ und man erhält den Standardausdruck für die Nukleonendichte:

$$N/V = \frac{2 k_f^3}{3 \pi^2}. \quad (3.20)$$

¹⁾ Das Problem der unendlichen "Antinukleonendichte" kann auch durch die Verwendung normalgeordneter Produkte in der Lagrangedichte gelöst werden [Wil79]. Die Divergenzen in der Selbstenergie werden dadurch natürlich nicht beseitigt.

Im Gegensatz zur nicht relativistischen Theorie ist die Selbstenergie jedoch bereits in Hartree-Fock Näherung energieabhängig, so daß Gleichung (3.19) angewendet werden muß. Der Grund für die Energieabhängigkeit ist die Retardierung der Wechselwirkung.

Die Energiedichte des Systems im Grundzustand kann in folgender Form geschrieben werden (vgl.: [ACS81b]) :

$$E/V = \frac{1}{V} \int_V \langle \phi_0 | (\mathcal{H}_N(X) + \mathcal{H}_M(x) + \mathcal{H}'(x)) | \phi_0 \rangle d^3 \vec{x}. \quad (3.21)$$

Hierbei ist $\mathcal{H}_N(x)$ die Hamiltondichte des Nukleonenfeldes, $\mathcal{H}_M(x)$ die Hamiltondichte der Mesonenfelder und $\mathcal{H}'(x)$ der Wechselwirkungsterm.

Wenden wir uns zunächst dem Nukleonenterm zu. Es gilt:

$$\mathcal{H}_N(x) = \bar{\psi}(x) (p_\mu \gamma^\mu + m_0 \cdot 1) \psi(x). \quad (3.22)$$

Durch eine ähnliche Rechnung wie sie bei der Nukleonendichte durchgeführt worden ist, erhält man:

$$E_N/V = \frac{1}{\pi^3} \iint (m_0 A_s(\omega, k) - k A_v(\omega, k)) \Theta(-\omega) d\omega d^3 \vec{p}. \quad (3.23)$$

Im Falle reeller Selbstenergie zerfällt dieser Ausdruck wieder in einen endlichen Nukleonenanteil und einen unendlichen Antinukleonenanteil. Bei der Regularisierung wird der Antinukleonenterm wieder weggelassen und man erhält:

$$E_N/V = \frac{1}{\pi^3} \int_{k' \leq k_f} (m_0 A_s^{(1)}(k) - k A_v^{(1)}(k)) d^3 \vec{p}. \quad (3.24)$$

Die Hamiltondichte $\mathcal{H}_M$ setzt sich aus der Summe der Beiträge der verschiedenen Mesonen zusammen.

Für die skalaren, isoskalaren Mesonen gilt:

$$\mathcal{H}_{ss}(x) = \frac{1}{2} \left(\pi^2(x) + \left(\vec{\nabla} \Phi(x) \right)^2 + \mu_{ss}^2 \Phi^2(x) \right). \quad (3.25)$$

Der entsprechende Ausdruck für die isoskalaren Vektormesonen lautet:

$$\mathcal{H}_{vs}(x) = \frac{1}{2} \left(\pi^\mu(x) \pi_\mu(x) + \left(\vec{\nabla} \Phi^\mu(x) \right) \left(\vec{\nabla} \Phi_\mu(x) \right) + \mu_{vs}^2 \Phi^\mu(x) \Phi_\mu(x) \right). \quad (3.26)$$

Bei den Isektormesonen muß entsprechend jeweils über die drei Isospinkomponenten summiert werden. Der Erwartungswert von $\mathcal{H}_M$ kann mit den im ersten Kapitel dargestellten Methoden auf folgende Form gebracht werden (vgl.: [ACS81b]) :

$$\begin{aligned} E_M/V &= \sum_\alpha \left(\frac{1}{2V} \int_V \lim_{x' \rightarrow x^+} 2i \frac{\partial^2}{\partial (x^0)^2} \tilde{\Delta}_\alpha^0(x - x') d^3 \vec{x} - \frac{1}{V} \int_V \frac{\partial^2}{\partial (x^0)^2} \tilde{\Delta}_\alpha^0(x - x'') \cdot \right. \\ &\quad \cdot \langle \zeta_1 x_1, \zeta_2 x_2 | v_\alpha | \zeta' x, \zeta_4 x_4 \rangle \cdot G_2(\zeta' x'', \zeta_4 x_4; \zeta x''^+, \zeta_2 x_2^+) d^3 \vec{x} \Big) + \\ &\quad + \frac{1}{2V} \int_V \langle \zeta_1 x_1, \zeta_2 x_2 | v | \zeta' x, \zeta_4 x_4 \rangle \cdot G_2(\zeta' x, \zeta_4 x_4; \zeta x_1^+, \zeta_2 x_2^+) d^3 \vec{x}. \end{aligned} \quad (3.27)$$

Die ersten beiden Terme können als kinetische Energie des Mesonenfeldes gedeutet werden [Wil79]. Dabei ist der erste Term die kinetische Energie der wechselwirkungsfreien Mesonen, während der zweite Term die Modifikation durch die Wechselwirkung mit den Nukleonen bzw. Antinukleonen beschreibt. Man wird erwarten, daß sich diese beiden Beiträge beim Übergang vom Vakuum zum Kernmateriesystem nur wenig ändern, so daß sie bei der Berechnung der Energie pro Nukleon vernachlässigt werden können (vgl.: [ACS81b]).

Die Wechselwirkungsterme für die verschiedenen Mesonen können in kanonischer Weise aus der Lagrangedichte des wechselwirkenden Systems berechnet werden. Mit Hilfe der Gleichungen für die gemischten Nukleon-Meson Propagatoren (1.24), (1.31) und (1.34) kann man die Wechselwirkungsenergie auf folgende Form bringen:

$$E'/V = -\frac{1}{V} \int_V \langle \zeta_1 x_1, \zeta_2 x_2 | v | \zeta_2 x, \zeta_4 x_4 \rangle \cdot G_2(\zeta' x, \zeta_4 x_4; \zeta x_1^+, \zeta_2 x_2^+) d^3 \vec{x}. \quad (3.28)$$

Die Summe aus dem Wechselwirkungsterm und dem nicht kinetischen Anteil der Mesonenenergie kann somit in folgender Form geschrieben werden:

$$E_M/V + E'/V = -\frac{1}{2V} \int_V < \zeta x_1, \zeta_2 x_2 | v | \zeta' x, \zeta_4 x_4 > \cdot G_2(\zeta' x, \zeta_4 x_4; \zeta x_1^+, \zeta_2 x_2^+) d^3 \vec{x}. \quad (3.29)$$

Wir drücken den Integranden jetzt mit Hilfe der Gleichungen (2.1) und (2.3) durch die Selbstenergie und die Einteilchen Greenfunktion aus, gehen in die Impulsdarstellung über und setzen die Spektraldarstellung für die Zweipunktfunktion (2.22) ein. Es ergibt sich:

$$E_M/V + E'/V = \frac{1}{16\pi^3} \iint \Theta(\omega) SP(\Sigma(\omega + \mu, k) \cdot A(\omega, \vec{p})) d\omega d^3 \vec{p}. \quad (3.30)$$

Im Spezialfall reeller Selbstenergie spaltet dieser Ausdruck in einen Nukleonen- und einen Antinukleonenanteil auf, wobei bei der Regularisierung der Antinukleonenanteil weggelassen wird. Man erhält somit den folgenden Ausdruck für den Mesonen- und Wechselwirkungsterm der Energiedichte:

$$(E' + E_M)/V = \frac{1}{2\pi^3} \int_{k' \leq k_f} \left(\Sigma_s(p) A_s^{(1)}(k) - \Sigma_v(p) A_v^{(1)}(k) + \Sigma_0(p) A_0^{(1)}(k) \right)_{|p^0 = \omega_1(k)} d^3 \vec{p}. \quad (3.31)$$

Dividiert man schließlich die gesamte Energiedichte durch die Nukleonendichte (3.19), so erhält man die Energie pro Nukleon in Abhängigkeit von der Nukleonenspektralfunktion und der Selbstenergie.

3.7 Diskussion der numerischen Ergebnisse

Die Gleichungen (2.21), (2.22) und (3.7) bis (3.14) bilden ein nichtlineares Gleichungssystem für die drei Komponenten der Nukleonenspektralfunktion $A_s^{(1)}$, $A_v^{(1)}$ und $A_0^{(1)}$, die Energie-Impuls Beziehung für Teilchen $\omega_1(k)$ und die drei Komponenten der regularisierten Selbstenergie Σ_s , Σ_v und Σ_0 .

Im Gegensatz zur Hartree-Fock Näherung in der nicht relativistischen Theorie benötigt man also ein Selbstkonsistenzverfahren zur Berechnung der Selbstenergie. Der

Grund hierfür ist, daß die Spektralfunktion selbst bei Vernachlässigung der Mesonenretardierung von den Selbstenergiekomponenten abhängt.

Bei der numerischen Auswertung wurden die Mesonenmassen, Kopplungskonstanten und Formfaktoren verschiedener Versionen des Bonn-Potentials verwendet (siehe Anhang C). Hierbei ist jedoch ein Problem zu beachten. Es ist ein ungeklärtes Problem, ob für das Pion pseudoskalare Kopplung oder Pseudovektorkopplung verwendet werden muß ([Er74],[ACS81b]). Für die Streuzustände ist dieses Problem ohne Belang, da beide Kopplungsformen identische Potentialmatrixelemente bezüglich freier Nukleonenspinoren liefern, wenn man $g_{pv} = (2m_0/\mu_\pi)f_{pv}$ setzt [Er74]¹⁾.

Die Matrixelemente bezüglich Antinukleonenspinoren verhalten sich bei beiden Kopplungsarten jedoch völlig unterschiedlich. Diese Unterschiede werden im 7. Kapitel genauer untersucht. Da zur Selbstenergie alle Matrixelemente des Potentials beitragen²⁾, sind die beiden Kopplungsarten bei Kernmaterierechnungen nicht äquivalent.

Untersuchungen der chiralen Invarianz der Nukleon-Nukleon Wechselwirkung haben gezeigt, daß – zumindest für niederenergetische Prozesse – der pv-Kopplung gegenüber der ps-Kopplung der Vorzug zu geben ist ([Ho81], [Br79]). Wir verwenden daher im folgenden immer die Pseudovektorkopplung für das Pion.

Bei der numerischen Auswertung wurde folgendes Selbstkonsistenzverfahren durchgeführt:

Ausgehend von einer Startnäherung für die Selbstenergie wird zunächst aus (2.21) und (2.22) eine Näherung für die drei Komponenten der Nukleonenspektralfunktion $A_s^{(1)}$, $A_v^{(1)}$ und $A_0^{(1)}$ sowie die Energie-Impuls Beziehung $\omega_1(p)$ berechnet. Mit diesen Werten wird dann aus (3.7)–(3.14) eine verbesserte Näherung für die Selbstenergie bestimmt usw. Die hierbei auftretenden Integrationen werden mit geeigneten Gaußintegrationsformeln durchgeführt.

Dieses Verfahren wird solange wiederholt, bis die Spektralfunktion und die Selbstenergie bei zwei aufeinanderfolgenden Iterationen auf jeweils 5 gültige Stellen übereinstimmen. Weitere Einzelheiten des numerischen Verfahrens sind in Anhang C zusammengestellt.

Um das Programm zu testen wurde ein Vergleich mit den Ergebnissen einer von Shakin et al. [ACS81c] durchgeführten Standard-Hartree-Fock Rechnung durchgeführt.

¹⁾ Das gilt sowohl für die on-shell als auch für die off-shell Matrixelemente.

²⁾ Der Einfluß der Potentialmatrixelemente bezüglich Antinukleonenspinoren auf die Selbstenergie wird im 6. Kapitel untersucht.

Bei Vernachlässigung der Mesonenretardierung ist das in der vorliegenden Arbeit dargestellte Verfahren dem dort verwendeten äquivalent. Ein Vergleich der numerischen Ergebnisse in diesem Spezialfall ergab Übereinstimmung innerhalb der Rechengenauigkeit.

Die Ergebnisse sind in Abbildung 1, 2 und 9 dargestellt. Es hat sich gezeigt, daß der Effekt der Mesonenretardierung nur einen sehr kleinen Einfluß auf die Selbstenergie hat. Es sind daher jeweils nur die Werte mit Berücksichtigung der Mesonenretardierung eingezeichnet.

Man sieht, daß sich die vom einfachen $(\sigma - \omega)$ -Modell vorausgesagte Tendenz bestätigt, daß sich betragsmäßig große Komponenten Σ_s und Σ_0 gegenseitig kompensieren, während der Anteil Σ_v nur einen sehr kleinen Beitrag liefert.

Bei Verwendung des realistischen Bonn-Potentials überwiegen jedoch die abstoßenden Anteile der Selbstenergie, so daß sich in Hartree-Fock Näherung keine Bindung ergibt. Da die Kopplungsparameter für das σ - und das ω -Meson beim Bonn-Potential sehr ähnlich den entsprechenden Parametern des Waleckamodells sind, ist die Vermutung geäußert worden, daß sich auch ein ähnliches Sättigungsverhalten ergibt ([JM81a]). Zwar sind die Hartree-Beiträge des σ - und ω -Mesons sehr ähnlich, jedoch ergeben die übrigen Mesonen — insbesondere die Vektormesonen ρ und Φ — eine zusätzliche starke Abstoßungswirkung, die dazu führt, daß die Energie pro Nukleon positiv wird.

Im Rahmen der Hartree-Fock Näherung ist eine quantitative Beschreibung der Sättigungseigenschaften von Kernmaterie mit einem realistischen Ein-Boson-Austausch Potential also nicht möglich.

Beschränkt man sich auf Hartree-Fock Rechnungen ist man daher nach wie vor auf Modell-Wechselwirkungen angewiesen.

4. Kapitel Die Λ -Näherungen

Während man bei der Hartree-Fock Näherung alle Korrelationen vernachlässigt, werden bei der Λ -Theorie Zweiteilchen Korrelationen mitberücksichtigt. Das bedeutet, daß man die Dreiteilchen Greenfunktion G_3 durch ein antisymmetrisiertes Produkt aus Zweiteilchen und Einteilchen Greenfunktionen approximiert. Die Λ -Näherung wurde im Rahmen der nicht relativistischen Theorie ausführlich untersucht ([Pu61], [FF71], [FF72], [Fo66], [RPW66], [RP63], [Wei66], [WW71]). Wir beschränken uns daher im 1. Abschnitt auf einen kurzen Abriß der allgemeinen Aspekte der Theorie. Im 2. Abschnitt wird die relativistische T-Matrixgleichung hergeleitet. Schließlich werden im 3. Abschnitt die analytischen Eigenschaften der T-Matrix und der Selbstenergie untersucht.

4.1 Faktorisierung von G_3

Ausgangspunkt der Untersuchung ist wieder das Gleichungssystem (1.35). Wir spalten zunächst den korrelierten Teil der Vierpunktfunktion ab:

$$G_2(1, 2; 1', 2') =: G_1(1, 1')G_1(2, 2') - G_1(1, 2')G_1(2, 1') + L(1, 2; 1', 2'). \quad (4.1)$$

Setzt man diesen Ausdruck in die Gleichung für die Zweiteilchen Greenfunktion ein, so erhält man:

$$\begin{aligned} L(1, 2; 1', 2') &= (G_1^0(1, 1') - G_1(1, 1')) G_1(2, 2') - \\ &\quad - (G_1^0(1, 2') - G_1(1, 2')) G_1(2, 1') + \\ &\quad + i G_1^0(1, 3) < 34 | v | 56 > G_3(2, 5, 6; 4^+, 1', 2'). \end{aligned} \quad (4.2)$$

Die ersten beiden Terme von Gleichung (4.2) können jetzt mit Hilfe der Gleichung für die Zweipunktfunktion auf folgende Form gebracht werden:

$$L(1, 2; 1', 2') = i G_1^0(1, 3) < 34|v|56 > (G_3(2, 5, 6; 4^+, 1', 2') - \\ - G_1(2, 2') G_2(5, 6; 4^+, 1') + G_1(2, 1') G_2(5, 6; 4^+, 2')). \quad (4.3)$$

Die Gleichung (4.3) für den korrelierten Teil der G_2 -Funktion ist zur ursprünglichen Gleichung für die Vierpunktfunktion äquivalent.

Wenden wir uns nun zunächst der Λ^{10} -Näherung zu. Ihr liegt folgende Faktorisierung der Dreiteilchen Greenfunktion zugrunde:

$$G_3(2, 5, 6; 4^+, 1', 2') \approx G_1(2, 4^+) G_2(5, 6, 1', 2') - \\ - G_1(2, 1') G_2(5, 6; 4^+, 2') + G_1(2, 2') G_2(5, 6; 4^+, 1'). \quad (4.4)$$

Wir setzen nun Gleichung (4.4) in (4.3) ein, antisymmetrisieren den so entstandenen Ausdruck und erhalten:

$$L(1, 2; 1', 2') = \frac{i}{2} (G_1^0(1, 3) G_1(2, 4^+) - \\ - G_1^0(1, 4) G_1(2, 3^+)) < 34|v|56 > G_2(5, 6; 1', 2'). \quad (4.5)$$

Wir wollen jetzt aus (4.5) eine Gleichung für die T-Matrix herleiten. Hierzu wird zunächst (4.1) mit der Potentialmatrix gefaltet und der Ausdruck (4.5) für den korrelierten Teil der Zweiteilchen Greenfunktion eingesetzt. Mit Hilfe der Definitionsgleichung für die T-Matrix (2.1) kann man daraus eine Gleichung für die T-Matrix in Λ^{10} -Näherung ableiten. Man erhält:

$$< 12|T|1' 2' > = < 12|v|1' 2' > - < 12|v|2' 1' > + \\ + < 12|v|34 > \Lambda^{10}(3, 4; 5, 6) < 56|T|1' 2' >. \quad (4.7)$$

Bei der Λ^{11} -Näherung wird eine ähnliche Faktorisierung wie in Gleichung 4.4) durchgeführt [PRW66]:

$$G_3(2, 5, 6; 4^+, 1', 2') \approx G_1(2, 4^+) G_2(5, 6; 1', 2') + \\ + G_2(5, 6; 4^+, 7) G_1^{-1}(7, 8) G_2(8, 2; 1', 2'). \quad (4.8)$$

Die T-Matrixgleichung kann in diesem Fall auf dieselbe Form wie bei der Λ^{10} -Näherung gebracht werden. Als intermediären Propagator erhält man:

$$\Lambda^{11}(1, 2; 3, 4) = i G_1(1, 3) G_1(2, 4^+). \quad (4.9)$$

Bei der Λ^{11} -Näherung wird die Propagation beider intermediärer Teilchen durch die Zweipunktfunktion des wechselwirkenden Systems beschrieben, während bei der Λ^{10} -Näherung für jeweils ein Teilchen der Propagator des wechselwirkungsfreien Systems verwendet wird.

Eine besonders einfache Näherung erhält man, wenn man auch den zweiten Anteil durch den freien Propagator ersetzt. Diese Näherung wird als Λ^{00} -Näherung bezeichnet. Der entsprechende Propagator lautet in diesem Fall:

$$\Lambda^{00}(1, 2; 3, 4) = i G_1^0(1, 3) G_1^0(2, 4^+). \quad (4.10)$$

4.2 Das Gleichungssystem für die T-Matrix

Wir wollen nun die Gleichung für die T-Matrix (4.6) genauer untersuchen. Die nicht antisymmetrisierte T-Matrix $\hat{T}$ wird als Lösung der folgenden Gleichung definiert:

$$\langle 12 | \hat{T} | 1' 2' \rangle = \langle 12 | v | 1' 2' \rangle + \\ + \langle 12 | v | 34 \rangle \Lambda(3, 4; 5, 6) \langle 56 | \hat{T} | 1' 2' \rangle. \quad (4.11)$$

Man prüft leicht nach, daß durch

$$\langle 1, 2 | T | 1', 2' \rangle := \langle 1, 2 | \hat{T} | 1', 2' \rangle - \langle 1, 2 | \hat{T} | 2', 1' \rangle$$

eine Lösung von Gleichung (4.6) gegeben ist [Ha69]. Es genügt daher die T-Matrixgleichung in der Form (4.11) weiterzubehandeln. Wir gehen jetzt in die Impulsdarstellung über und führen Schwerpunkts- und Relativviererimpulskordinaten ein. Zur Vereinfachung der Notation werden im folgenden die Spin- und Isospinindizes unterdrückt. Gleichung (4.11) kann jetzt in folgender Form geschrieben werden:

$$\hat{T}(P, P'; p, p') = v(P, P'; p, p') + \frac{1}{(2\pi)^{16}} \iiint v(P, P''; p, p'') \cdot \Lambda(P'', P'''; p'', p''') \hat{T}(P''', P', p''', p') d^4 P'' d^4 P''' d^4 p'' d^4 p'''. \quad (4.12)$$

Mit:

$$P = p_1 + p_2, \quad p = (p_1 - p_2)/2,$$

$$P' = p'_1 + p'_2, \quad p' = (p'_1 - p'_2)/2,$$

$$\hat{T}(P, P', p, p') = \iiint \langle x_1, x_2 | \hat{T} | x'_1, x'_2 \rangle \cdot$$

$$\cdot e^{i(P/2+p)x_1 + i(P/2-p)x_2 - i(P'/2+p')x_3 - i(P'/2-p')x_4} d^4 x_1 d^4 x_2 d^4 x_3 d^4 x_4.$$

Wegen der Homogenität des Raumes und der Zeit kann die T-Matrix nicht von der Summe der vier Ortsvierervektoren abhängen. In der Impulsdarstellung bedeutet das, daß der Gesamtimpuls erhalten ist:

$$\hat{T}(P, P'; p, p') = (2\pi)^4 \delta^4(P - P') \hat{T}(P; p, p'). \quad (4.13)$$

Darüber hinaus kann die Abhängigkeit der Potentialmatrixelemente von den Ortsvierervektoren wegen (1.27)–(1.34) in folgender Form geschrieben werden:

$$\langle x_1, x_2 | v | x'_1, x'_2 \rangle = \delta^4(x_1 - x'_1) \delta^4(x_2 - x'_2) v(x_1 - x_2). \quad (4.14)$$

Daraus folgt, daß das Potential vom Schwerpunktimпульs unabhängig ist und nur von der Differenz der Relativimpulse abhängt:

$$v(P; p, p') = v(p - p').$$

Mit:

$$v(p - p') := \int v(x) e^{i(p-p')x} d^4x. \quad (4.15)$$

Beachtet man ferner, daß die Komponenten der Λ -Propagatoren wegen (2.5) jeweils nur von den Relativkoordinaten abhängen, so erhält man:

$$\Lambda(p_3, p_4; p_5, p_6) = (2\pi)^8 \delta^4(p_3 - p_5) \delta^4(p_4 - p_6) \Lambda(p_3, p_4).$$

Mit:

$$\Lambda^{00}(p_3, p_4) = i e^{i p_4^0} G_1^0(p_3) G_1^0(p_4), \quad (4.16a)$$

$$\Lambda^{10}(p_3, p_4) = \frac{i}{2} \left(e^{i p_4^0} G_1^0(p_3) G_1(p_4) + e^{i p_3^0} G_1^0(p_4) G_1(p_3) \right), \quad (4.16b)$$

$$\Lambda^{11}(p_3, p_4) = i e^{i p_4^0} G_1(p_3) G_1(p_4). \quad (4.16c)$$

Hierbei ist zu beachten, daß die Zeitordnung bei den Propagatoren — im Gegensatz zur nicht relativistischen Theorie — nicht vernachlässigt werden darf. Der Grund dafür sind die Retardierungseffekte des Potentials. Setzt man nun die Gleichungen (4.13), (4.15) und (4.16) in die T-Matrixgleichung ein, so erhält man schließlich:

$$\hat{T}(P; p, p') = v(p - p') + \frac{1}{(2\pi)^4} \int v(p - p'') \Lambda(P/2 + p'', P/2 - p'') \hat{T}(P; p'', p') d^4p''. \quad (4.17)$$

Will man nun das Regularisierungskonzept, das im letzten Kapitel für die Hartree-Fock Näherung durchgeführt worden ist, auf die Λ -Theorie übertragen, so muß man

den intermediären Propagator zunächst in einen Nukleonen- und einen Antinukleonenanteil aufspalten. Wir drücken daher die Einteilchen Greenfunktionen durch ihre Spektralfunktionen aus und berechnen anschließend das Integral über p'' durch Konturintegration in der komplexen Ebene. Durch die Zeitordnung im Propagator wird hierbei bestimmt, wie der Integrationsweg im Unendlichen jeweils geschlossen werden muß. Einen besonders einfachen Ausdruck erhält man für den Propagator in Λ^{00} -Näherung, da für die Spektralfunktion wechselwirkungsfreier Nukleonen $\mathcal{A}$ gilt:

$$\mathcal{A}(\omega, \vec{p}) = \delta(\omega + \mu - \omega_1^0(k)) \mathcal{A}^{(1)}(\vec{p}) + \delta(\omega + \mu - \omega_2^0(k)) \mathcal{A}^{(2)}(\vec{p}). \quad (4.18)$$

Die Aufspaltung des Propagators in einen Nukleonenanteil, einen Antinukleonenanteil und einen gemischten Term bereitet daher in diesem Fall keine Schwierigkeiten. Der Nukleonenanteil kann jetzt in folgender Form geschrieben werden:

$$\Lambda^{00}(P/2 + p'', P/2 - p'') = 2\pi \delta(p''^0 - \omega_1^0(k_3) + P^0/2) L^{00}(\vec{p}_3, \vec{p}_4, P^0).$$

Mit:

$$L^{00}(\vec{p}_3, \vec{p}_4, P^0) = \frac{\mathcal{A}^{(1)}(\vec{p}_3) \mathcal{A}^{(1)}(\vec{p}_4)}{p^0 - \omega_1^0(k_3) - \omega_1^0(k_4) + i0}, \quad (4.19)$$

$$\vec{p}_3 \equiv \frac{\vec{P}}{2} + \vec{p}'' \quad \vec{p}_4 \equiv \frac{\vec{P}}{2} - \vec{p}''.$$

Die restlichen drei Terme liefern keinen Beitrag, da entsprechend den Überlegungen von Kapitel 3 bei der Regularisierung alle intermediären Prozesse an denen Antinukleonen beteiligt sind, vernachlässigt werden.

Beim Λ^{10} -Propagator bereitet die Abspaltung der Antinukleonenbeiträge größere Schwierigkeiten. Da die Selbstenergie in Λ -Näherung im allgemeinen nicht reell ist¹⁾, zerfällt die Spektralfunktion wechselwirkender Teilchen nicht in einen Teilchen- und einen Antiteilchenanteil. Wir spalten daher zunächst nur den Nukleonenanteil von G_1^0 ab und erhalten:

$$\begin{aligned} \Lambda^{10}(P/2 + p'', P/2 - p'') &= 2\pi \delta(p''^0 - \omega_1^0(k_3) + P^0/2) L^{10}(\vec{p}_3, \vec{p}_4, P^0) + \\ &+ 2\pi \delta(p''^0 + \omega_1^0(k_4) - P^0/2) L^{10}(\vec{p}_4, \vec{p}_3, P^0). \end{aligned} \quad (4.20)$$

¹⁾ Siehe weiter unten.

Mit:

$$L^{10}(\vec{p}_1, \vec{p}_2, P^0) \equiv \frac{1}{2} \mathcal{A}^{(1)}(\vec{p}_1) \int_0^\infty \frac{A(\omega, \vec{p}_2)}{P^0 - \omega_1^0(k_1) - \omega - \mu + i0} d\omega. \quad (4.21)$$

4.3 Die Spektraldarstellung der T-Matrix

Wenden wir uns nun der Untersuchung der analytischen Eigenschaften der T-Matrix in Λ^{00} - und Λ^{10} -Näherung zu. Zur Vereinfachung der Notation werden im folgenden alle Dreierimpulskoordinaten unterdrückt. Wir setzen den Λ^{00} -Propagator jetzt in der üblichen Weise ins Komplexe fort und definieren:

$$\tilde{\Lambda}^{00}(z) = \frac{\mathcal{A}^{(1)}(\vec{p}_3) \mathcal{A}^{(1)}(\vec{p}_4)}{z - \omega_1^0(k_3) - \omega_1^0(k_4)}. \quad (4.22)$$

Mit:

$$L^{00}(\vec{p}_3, \vec{p}_4, P^0) = \tilde{\Lambda}^{00}(P^0 + i0).$$

Die T-Matrix kann nun in völlig analoger Weise analytisch fortgesetzt werden. Faßt man (4.11) als Operatorgleichung auf, so kann man die formale Lösung in folgender Form schreiben:

$$\tilde{T}(z) = \frac{v}{1 - v \tilde{\Lambda}^{00}(z)}. \quad (4.23)$$

Der Integraloperator $\tilde{\Lambda}^{00}(z)$ ist mit Ausnahme eines Verzweigungsschnitts entlang der reellen Achse in ganz $\mathcal{C}$ analytisch. Aus Gleichung (4.22) kann man ablesen, daß dieser Schnitt im Bereich $[2m_0, \infty]$ liegt. Gemäß (4.23) stimmt das Analytizitätsgebiet der T-Matrix im wesentlichen mit dem von $\tilde{\Lambda}^{00}(z)$ überein. $\tilde{T}(z)$ hat möglicherweise zusätzliche isolierte Pole ω_k auf der reellen Achse. Diese Pole entsprechen gebundenen Zuständen eines Teilchenpaares im Medium [Rei64].

Wir nehmen an, daß für alle gebundenen Zustände $\omega_k > \mu$ gilt. Der Fall $\omega_k < \mu$ entspricht einem Cooper-Paar in Materie [Rei64]¹⁾. Da Kernmaterie jedoch kein suprafluides System darstellt, kann dieser Fall ausgeschlossen werden.

¹⁾ Man beachte die andere Festlegung des Energienullpunkts in der relativistischen Theorie.

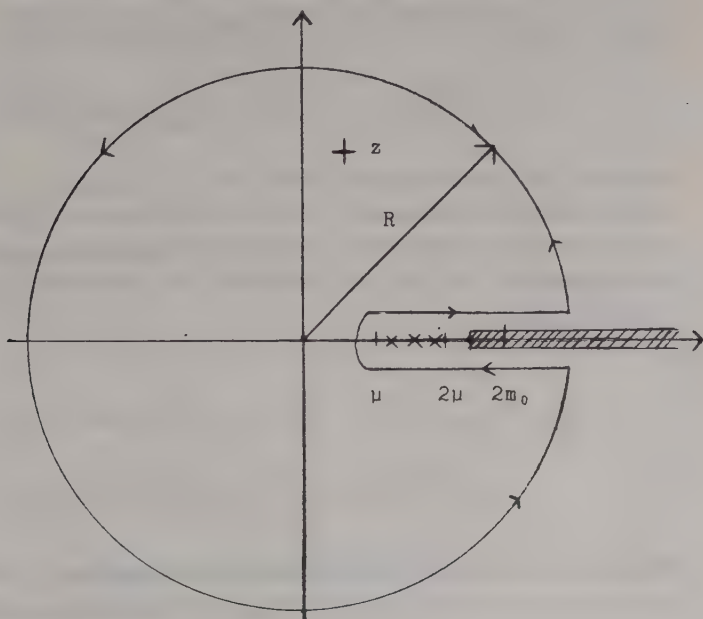
Die analytischen Eigenschaften der T-Matrix in Λ^{10} -Näherung lassen sich in völlig analoger Weise bestimmen. Man prüft leicht nach, daß der ins Komplexe fortgesetzte Λ^{10} -Propagator analytisch in $C/[m_0 + \mu, \infty]$ ist. Die analytischen Eigenschaften der T-Matrix in Λ^{10} -Näherung stimmen daher bis auf eine Verschiebung des Verzweigungsschnitts mit denen der T-Matrix in Λ^{00} -Näherung überein.

Die nun folgenden Ausführungen gelten sowohl für die Λ^{00} -Näherung als auch für die Λ^{10} -Näherung.

Wir betrachten nun das Verhalten von $\tilde{T}(z)$ für $z \rightarrow \infty$. Aus den Gleichungen (4.23), (4.21) und (4.22) folgt:

$$\tilde{T}(z) \xrightarrow{z \rightarrow \infty} v + O\left(\frac{1}{z}\right). \quad (4.24)$$

Wir wenden daher die Cauchysche Integralformel auf die Funktion $F(z) = \tilde{T}(z) - v$ an, wobei über den folgenden Weg integriert wird (vgl.: [Ba65]):



Das Integral über den Kreisbogen liefert wegen (4.24) im Grenzübergang $R \rightarrow \infty$ keinen Beitrag und wir erhalten:

$$\tilde{T}(z) = v + \int_{\mu}^{\infty} \frac{\tau(\omega)}{z - \omega} d\omega. \quad (4.25)$$

Mit:

$$\tau(\omega) \equiv \frac{i}{2\pi} \left(\hat{T}(\omega + i0) - \hat{T}(\omega - i0) \right).$$

Aufgrund des Schwarzschen Spiegelungsprinzips [Tit64] ist die Spektralfunktion $\tau(\omega)$ reell. Ferner ist für $\omega < \mu$ $\tau(\omega) = 0$, so daß man das Integrationsintervall in Gleichung (4.25) auf die ganze reelle Achse ausdehnen kann. Insbesondere ist $\hat{T}(P^0)$ für $\omega < \mu$ reell.

Wir wollen nun untersuchen, wie sich diese allgemeinen Eigenschaften der T-Matrix auf das Verhalten der Selbstenergie in Λ^{00} - und Λ^{10} -Näherung auswirken. Hierzu transformieren wir Gleichung (2.3) in den Impulsraum und führen Schwerpunkt- und Relativimpulskoordinaten ein. Es ergibt sich:

$$\begin{aligned} \Sigma_{\zeta_1 \zeta_2}(p) = & \frac{i}{(2\pi)^4} \int e^{i0p'^0} \left(\left\langle \zeta_1, \zeta_3, \frac{p-p'}{2} \right| \hat{T}(p+p') \right| \zeta_2, \zeta_4, \frac{p-p'}{2} \rangle - \\ & - \left\langle \zeta_1, \zeta_3, \frac{p-p'}{2} \right| \hat{T}(p+p') \left| \zeta_4, \zeta_2, \frac{p'-p}{2} \right\rangle \right) G_1(\zeta_4, \zeta_3, p') d^4 p'. \end{aligned} \quad (4.26)$$

Wir setzen jetzt die Selbstenergie gemäß (2.13) ins Komplexe fort. Anschließend wird die Spektraldarstellung (4.25) für die T-Matrix sowie die Spektraldarstellung (2.6) für die Zweipunktfunktion in Gleichung (4.26) eingesetzt und die Energieintegration ausgeführt. Das Ergebnis kann in abkürzender Schreibweise folgendermaßen dargestellt werden:

$$\begin{aligned} \tilde{\Sigma}(z) = & \frac{1}{(2\pi)^3} \int \left(\hat{T}(z + \omega + \mu) - \hat{T}^{ex}(z + \omega + \mu) \right) A(\omega) \Theta(-\omega) d\omega - \\ & - \frac{1}{(2\pi)^3} \iint \frac{(\tau(\omega + \mu) - \tau^{ex}(\omega + \mu)) A(\omega') \Theta(-\omega)}{z - \omega - \omega' - \mu} d\omega d\omega'. \end{aligned} \quad (4.27)$$

Da die Spektralfunktion $\tau(\omega)$ nur für positive Energieargumente von Null verschieden ist (s.o), liefert der zweite Term von Gleichung (4.27) keinen Beitrag und wir erhalten:

$$\begin{aligned} \tilde{\Sigma}_{\zeta_1 \zeta_2}(z, \vec{p}) = & \frac{1}{(2\pi)^3} \iint \left(\left\langle \zeta_1, \zeta_4, \frac{p-p'}{2} \right| \tilde{T}(p+p') \left| \zeta_2, \zeta_5, \frac{p-p'}{2} \right\rangle - \right. \\ & \left. - \left\langle \zeta_1, \zeta_4, \frac{p-p'}{2} \right| \tilde{T}(p+p') \left| \zeta_5, \zeta_2, \frac{p'-p}{2} \right\rangle \right) A_{\zeta_6 \zeta_4}(\omega, \vec{p}') \Theta(-\omega) d^3 \vec{p}' d\omega. \quad (4.28) \end{aligned}$$

Mit:

$$p^0 = z, \quad p'^0 = \omega + \mu.$$

Da $\hat{T}(P^0)$ für $P^0 < \mu$ reell ist, ist somit $\Sigma(p^0)$ für $p^0 < \mu$ ebenfalls reell. In diesem Energiebereich zerfällt die Spektralfunktion daher gemäß Gleichung (2.22) in zwei δ -Terme. Andererseits erstreckt sich die Integration in Gleichung (4.28) nur über den Bereich $\omega < 0$. Die Selbstenergie kann daher ebenso wie in der Hartree-Fock Theorie in einen Teilchen- und einen Antiteilchenanteil aufgespalten werden, wobei lediglich das Potential durch die T-Matrix ersetzt werden muß.

5. Kapitel Die selbstkonsistente Teilchen–Antiteilchen Basis

Die T–Matrix hat entsprechend den möglichen Spinorientierungen 256 Komponenten¹⁾. Da der Nukleonenpropagator nicht diagonal bezüglich der Spinindizes ist, stellt (4.17) ein gekoppeltes Integralgleichungssystem für diese T–Matrixelemente dar. Wenngleich man die Zahl der unabhängigen Komponenten mit Hilfe von Invarianzüberlegungen noch wesentlich reduzieren kann, so erscheint eine direkte Lösung des Gleichungssystems für die T–Matrix mit den zur Verfügung stehenden Rechenkapazitäten aussichtslos.

Wir sind daher daran interessiert, eine Basis zu finden, in der das Gleichungssystem für die T–Matrix entkoppelt ist und in der die Zweipunktfunktion diagonal ist. In diesem Kapitel soll nun gezeigt werden, daß eine Basis aus Nukleonen- und Antinukleonenspinoren, die in selbstkonsistenter Weise berechnet werden, das Gewünschte leistet.

Im ersten Abschnitt findet man neben den grundlegenden Definitionen die Diskussion einiger wichtiger Eigenschaften der Nukleonen- und Antinukleonenspinoren in Materie. Im zweiten Abschnitt folgt eine Herleitung der Transformationsgleichungen für den Übergang von der Standardbasis in die selbstkonsistente Teilchen–Antiteilchen Basis. Im letzten Abschnitt werden dann Ausdrücke für die Nukleonendichte und die Energie pro Nukleon abgeleitet.

5.1 Definitionen und grundlegende Eigenschaften

Die Nukleonen- und Antinukleonenspinoren in Materie werden in der üblichen Weise als Lösungen der entsprechenden Dirac–Gleichung definiert [ACS81b]. Der Spinor für Nukleonen $\phi_\lambda(p)$ ist die Lösung der Gleichung:

$$(E(p)\gamma^0 - \vec{p}\vec{\gamma} - m_0 \cdot 1 - \Sigma(p)) \phi_\lambda(p) = 0 \quad (5.1)$$

mit positiver Energie $E(p)$. Neben der Energie und den Impuls wollen wir den Spin des Teilchens in Bewegungsrichtung zur Charakterisierung des Zustands verwenden.

¹⁾ Die Isospinfreiheitsgrade bleiben vorerst außer Betracht.

D.h. wir wählen die Spinoren $\phi_\lambda(p)$ als Eigenzustände des Helizitätsoperators mit Eigenwerten $\lambda = \pm 1/2$:

$$\frac{1}{2} (\hat{p} \vec{\sigma}) \phi_\lambda(p) = \lambda \phi_\lambda(p). \quad (5.2)$$

Ferner soll darauf hingewiesen werden, daß das Energieargument p^0 in Gleichung (5.1) ein frei wählbarer Parameter ist [ACS81b]. Die übliche Wahl $p^0 = E(p)$ stellt hierbei nur einen Spezialfall dar.

Die Spinoren für Antinukleonen $\theta_\lambda(p)$ sind entsprechend Lösungen von Gleichung (5.1) mit negativer Energie $E(p)$, mit Impuls $-\vec{p}$ und Helizität $-\lambda$. D.h. $\theta_\lambda(p)$ ist Lösung der folgenden Gleichungen:

$$(-E(p) \gamma^0 + \vec{p} \vec{\gamma} - m_0 \cdot 1 - \Sigma(p)) \theta_\lambda(p) = 0, \quad (5.3a)$$

$$\frac{1}{2} (\hat{p} \vec{\sigma}) \theta_\lambda(p) = \lambda \theta_\lambda(p). \quad (5.3b)$$

Wir wollen nun explizite Lösungen von Gleichung (5.1) und (5.3) konstruieren. Setzt man die Darstellung (2.14) für die Selbstenergie in Materie in Gleichung (5.1) ein, so erhält man:

$$((E(p) - \Sigma_0(p)) \gamma^0 - (k + \Sigma_v(p)) (\hat{p} \vec{\gamma}) (m_0 + \Sigma_s(p)) \phi_\lambda(p) = 0. \quad (5.4)$$

Gleichung (5.3) unterscheidet sich von der Diracgleichung für freie Nucleonen also nur durch folgende Ersetzungen:

$$E(k) \rightarrow W(p) \equiv E(p) - \Sigma_0(p), \quad (5.5a)$$

$$k \rightarrow \tilde{k}(p) \equiv k + \Sigma_v(p), \quad (5.5b)$$

$$m_0 \rightarrow \tilde{m}(p) \equiv m_0 + \Sigma_s(p). \quad (5.5c)$$

Die Lösungen von (5.3) lassen sich daher in völlig analoger Weise konstruieren. Zur Vereinfachung der Notation wollen wir die Spinoren jeweils in ihrer Pauli-reduzierten Form darstellen (vgl.[Er74]). Wir erhalten:

$$\phi_\lambda(p) = \sqrt{\frac{\varepsilon(p)}{2\tilde{m}(p)}} \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{2\lambda\tilde{k}(p)}{\varepsilon(p)} \end{pmatrix} \otimes |\lambda\rangle. \quad (5.6)$$

Mit:

$$\begin{aligned} \varepsilon(p) &= W(p) + \tilde{m}(p), \\ W(p) &= \sqrt{\tilde{m}^2(p) + \tilde{k}^2(p)}, \\ |\lambda\rangle &= \hat{D}(\hat{p}) \cdot \chi_\lambda, \\ \chi_{+1/2} &= \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \chi_{-1/2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Hierbei ist $\hat{D}(\hat{p})$ der Drehoperator. Die Spinoren für Antinukleonen kann man in analoger Weise berechnen. Es ergibt sich:

$$\theta_\lambda(p) = \sqrt{\frac{\varepsilon(p)}{2\tilde{m}(p)}} \begin{pmatrix} \frac{2\lambda\tilde{k}(p)}{\varepsilon(p)} \\ 1 \end{pmatrix} \otimes |\lambda\rangle. \quad (5.7)$$

Hierbei wurden dieselben Bezeichnungen wie in Gleichung (5.6) verwendet. Ferner gilt folgende Beziehung:

$$\theta_\lambda(p) = \gamma_5 \cdot \phi_\lambda(p). \quad (5.8)$$

Darüber hinaus erfüllen die Teilchen- und Antiteilchenspinoren folgende Orthogonalitäts- und Vollständigkeitsrelationen:

$$\begin{aligned} \bar{\phi}_\lambda(p) \phi_{\lambda'}(p) &= \delta_{\lambda\lambda'}, \\ \bar{\theta}_\lambda(p) \theta_{\lambda'}(p) &= -\delta_{\lambda\lambda'}, \end{aligned} \quad (5.9)$$

$$\begin{aligned} \bar{\theta}_\lambda(p) \phi_{\lambda'}(p) &= \bar{\phi}_\lambda(p) \theta_{\lambda'}(p) = 0, \\ \sum_\lambda \left[(\bar{\phi}_\lambda(p))_\zeta (\phi_\lambda(p))_{\zeta'} - (\bar{\theta}_\lambda(p))_\zeta (\theta_\lambda(p))_{\zeta'} \right] &= \delta_{\zeta\zeta'}. \end{aligned} \quad (5.10)$$

Zur Transformation von Ausdrücken der Form (2.10) benötigt man außerdem die Matrixelemente bezüglich $(\hat{p} \vec{\gamma})$ und γ^0 . Zur Berechnung dieser Ausdrücke verwendet man am zweckmäßigsten die Diracmatrizen in ihrer reduzierten Form (A.4). Eine elementare Rechnung ergibt:

$$\langle \phi_\lambda(p) | \gamma^0 | \phi_{\lambda'}(p) \rangle = \delta_{\lambda\lambda'} \frac{W(p)}{\tilde{m}(p)}, \quad (5.11a)$$

$$\langle \theta_\lambda(p) | \gamma^0 | \theta_{\lambda'}(p) \rangle = \delta_{\lambda\lambda'} \frac{W(p)}{\tilde{m}(p)}, \quad (5.11b)$$

$$\langle \theta_\lambda(p) | \gamma^0 | \phi_{\lambda'}(p) \rangle = \langle \phi_\lambda(p) | \gamma^0 | \theta_{\lambda'}(p) \rangle = \delta_{\lambda\lambda'} \frac{2\lambda \tilde{k}(p)}{\tilde{m}(p)}, \quad (5.11c)$$

$$\langle \phi_\lambda(p) | (\hat{p} \vec{\gamma}) | \phi_{\lambda'}(p) \rangle = \delta_{\lambda\lambda'} \frac{\tilde{k}(p)}{\tilde{m}(p)}, \quad (5.12a)$$

$$\langle \theta_\lambda(p) | (\hat{p} \vec{\gamma}) | \theta_{\lambda'}(p) \rangle = \delta_{\lambda\lambda'} \frac{\tilde{k}(p)}{\tilde{m}(p)}, \quad (5.12b)$$

$$\langle \theta_\lambda(p) | (\hat{p} \vec{\gamma}) | \phi_{\lambda'}(p) \rangle = \langle \phi_\lambda(p) | (\hat{p} \vec{\gamma}) | \theta_{\lambda'}(p) \rangle = \delta_{\lambda\lambda'} \frac{2\lambda W(p)}{\tilde{m}(p)}. \quad (5.12c)$$

5.2 Transformationsgleichungen

Mit Hilfe der Orthogonalitäts- und Vollständigkeitsrelationen (5.9) und (5.10) kann man Transformationsgleichungen zwischen der Standardbasis und der Basis selbstkonsistenter Teilchen- und Antiteilchenspinoren herleiten.

Betrachten wir zunächst die Matrixelemente der Selbstenergie. Aus Gleichung (5.9), (5.11) und (5.12) folgt, daß alle Matrixelemente der Selbstenergie diagonal bezüglich der Helizitätsquantenzahlen sind. Die Matrixelemente $\langle \phi_\lambda(p) | \Sigma(p) | \phi_\lambda(p) \rangle$ und $\langle \theta_\lambda(p) | \Sigma(p) | \theta_\lambda(p) \rangle$ sind zudem von λ unabhängig, während $\langle \theta_\lambda(p) | \Sigma(p) | \phi_\lambda(p) \rangle$ beim Übergang $\lambda \rightarrow -\lambda$ lediglich das Vorzeichen wechselt. Wir definieren daher :

$$\Sigma_{\phi\phi}(p) := \langle \phi_\lambda(p) | \Sigma(p) | \phi_\lambda(p) \rangle, \quad (5.13a)$$

$$\Sigma_{\theta\theta}(p) := \langle \theta_\lambda(p) | \Sigma(p) | \theta_\lambda(p) \rangle, \quad (5.13b)$$

$$\Sigma_{\theta\phi}(p) := \langle \theta_{\frac{1}{2}}(p) | \Sigma(p) | \phi_{\frac{1}{2}}(p) \rangle. \quad (5.13c)$$

Mit:

$$\langle \phi_\lambda(p) | \Sigma(p) | \theta_{\lambda'}(p) \rangle = \langle \theta_\lambda(p) | \Sigma(p) | \phi_{\lambda'}(p) \rangle = \delta_{\lambda\lambda'} (-1)^{2\lambda} \Sigma_{\theta\phi}(p).$$

Die drei Matrixelemente $\Sigma_{\phi\phi}(p)$, $\Sigma_{\theta\theta}(p)$ und $\Sigma_{\theta\phi}(p)$ können nun durch die drei Komponenten der Selbstenergie ausgedrückt werden. Man erhält:

$$\Sigma_{\phi\phi}(p) = \Sigma_s(p) + \frac{\tilde{k}(p)}{\tilde{m}(p)} \Sigma_v(p) + \frac{W(p)}{\tilde{m}(p)} \Sigma_0(p), \quad (5.14a)$$

$$\Sigma_{\theta\theta}(p) = -\Sigma_s(p) + \frac{\tilde{k}(p)}{\tilde{m}(p)} \Sigma_v(p) + \frac{W(p)}{\tilde{m}(p)} \Sigma_0(p), \quad (5.14b)$$

$$\Sigma_{\theta\phi}(p) = \frac{W(p)}{\tilde{m}(p)} \Sigma_v(p) + \frac{\tilde{k}(p)}{\tilde{m}(p)} \Sigma_0(p). \quad (5.14c)$$

Andererseits kann man das Gleichungssystem (5.14) auch nach Σ_s , Σ_v und Σ_0 auflösen. Aus Gleichung (5.14a) und (5.14b) erhält man zunächst:

$$\Sigma_s(p) = \frac{1}{2} (\Sigma_{\phi\phi}(p) - \Sigma_{\theta\theta}(p)), \quad (5.15a)$$

bzw.:

$$\tilde{m}(p) = m_0 + \frac{1}{2} (\Sigma_{\phi\phi}(p) - \Sigma_{\theta\theta}(p)).$$

Aus Gleichung (5.14a) und (5.14c) kann man nun eine Gleichung für $\tilde{k}(p)$ herleiten:

$$W(p) = \frac{1}{\beta(p)} (\alpha \tilde{k}(p) - k).$$

Mit:

$$\alpha(p) \equiv 1 + \frac{1}{2\tilde{m}(p)} (\Sigma_{\phi\phi}(p) + \Sigma_{\theta\theta}(p)),$$

$$\beta(p) \equiv \frac{\Sigma_{\theta\phi}(p)}{\tilde{m}(p)}.$$

Als Lösung für $\tilde{k}(p)$ erhält man:

$$\tilde{k}(p) = \frac{\alpha(p) k \pm \beta(p) \sqrt{k^2 + (\alpha^2(p) - \beta^2(p)) \tilde{m}^2(p)}}{\alpha^2(p) - \beta^2(p)}, \quad (5.15b)$$

$$\Sigma_v(p) = \tilde{k}(p) - k.$$

Welches Vorzeichen in Gleichung (5.15b) jeweils verwendet werden muß, wird durch die Bedingung $W(p) > 0$ bestimmt¹⁾.

Schließlich berechnen wir die noch fehlende Komponente $\Sigma_0(p)$ aus Gleichung (5.14c) und erhalten:

$$\Sigma_0(p) = \frac{1}{2} \frac{W(p)}{\tilde{m}(p)} \left(\Sigma_{\phi\phi}(p) + \Sigma_{\theta\theta}(p) - \frac{\tilde{k}(p)}{\tilde{m}(p)} \Sigma_{\theta\phi}(p) \right). \quad (5.15c)$$

Ein ähnliches Verfahren kann für die Matricelemente der Spektralfunktion durchgeführt werden. Wegen der speziellen Eigenschaften der Zweipunktfunktion ergeben sich jedoch einige Besonderheiten. Im letzten Kapitel wurde gezeigt, daß die Selbstenergie in Λ^{00} - und Λ^{10} -Näherung für $k < k_f$ und $p^0 = \omega_1(k)$ reell ist. Die Spektralfunktion kann daher in diesem Impuls- und Energiebereich in der Form (2.20) geschrieben werden. Für die Matricelemente der beiden Komponenten erhält man:

$$< \phi_\lambda(\omega_1(k), \vec{p}) | A^{(1)}(\vec{p}) | \phi_{\lambda'}(\omega_1(k), \vec{p}) > = \delta_{\lambda\lambda'} \rho_1(k), \quad (5.16a)$$

$$< \phi_\lambda(\omega_1(k), \vec{p}) | A^{(1)}(\vec{p}) | \theta_{\lambda'}(\omega_1(k), \vec{p}) > =$$

$$= < \theta_\lambda(\omega_1(k), \vec{p}) | A^{(1)}(\vec{p}) | \phi_{\lambda'}(\omega_1(k), \vec{p}) > = \delta_{\lambda\lambda'} O\left(\frac{\partial \Sigma}{\partial \omega}\right), \quad (5.16b)$$

$$< \theta_\lambda(\omega_1(k), \vec{p}) | A^{(1)}(\vec{p}) | \theta_{\lambda'}(\omega_1(k), \vec{p}) > = \delta_{\lambda\lambda'} O\left(\frac{\partial \Sigma}{\partial \omega}\right), \quad (5.16c)$$

$$< \phi_\lambda(\omega_2(k), \vec{p}) | A^{(2)}(\vec{p}) | \phi_{\lambda'}(\omega_2(k), \vec{p}) > = \delta_{\lambda\lambda'} O\left(\frac{\partial \Sigma}{\partial \omega}\right), \quad (5.17a)$$

$$< \phi_\lambda(\omega_2(k), \vec{p}) | A^{(2)}(\vec{p}) | \theta_{\lambda'}(\omega_2(k), \vec{p}) > =$$

$$= < \theta_\lambda(\omega_2(k), \vec{p}) | A^{(2)}(\vec{p}) | \phi_{\lambda'}(\omega_2(k), \vec{p}) > = \delta_{\lambda\lambda'} O\left(\frac{\partial \Sigma}{\partial \omega}\right), \quad (5.17b)$$

¹⁾ Da in allen physikalisch relevanten Fällen $|\alpha| > |\beta|$ gilt, gibt es immer zwei voneinander verschiedene, reelle Lösungen für $\tilde{k}(p)$.

$$\langle \theta_\lambda(\omega_2(k), \vec{p}) | A^{(2)}(\vec{p}) | \theta_{\lambda'}(\omega_2(k), \vec{p}) \rangle = \delta_{\lambda\lambda'} \rho_2(k). \quad (5.17c)$$

Mit:

$$\rho_i(k) = \left(\frac{\tilde{m}}{|W - (\tilde{m} \frac{\partial \Sigma_e}{\partial \omega} + \tilde{k} \frac{\partial \Sigma_v}{\partial \omega} + W \frac{\partial \Sigma_0}{\partial \omega})|} \right) \Big|_{p^0 = \omega_i(k)}$$

Alle Matrixelemente von $A^{(1)}(\vec{p})$ bezüglich Antinukleonenspinoren liefern also – bis auf Retardierungseffekte – keinen Beitrag. Ebenso sind alle Matrixelemente von $A^{(2)}(\vec{p})$ bezüglich Nukleonenspinoren im wesentlichen vernachlässigbar. Mit Hilfe der Gleichungen (5.16) und (5.17) ist es somit möglich, die T-Matrixgleichung für die Teilchen- und die Antiteilchenkomponenten zu entkoppeln. Die Einzelheiten hierzu werden im nächsten Kapitel im Detail erörtert.

5.3 Berechnung der Nukleonendichte und der Energie pro Nukleon

Um die Untersuchung der Eigenschaften der selbstkonsistenten Teilchen–Antiteilchenbasis zu vervollständigen, wollen wir nun noch die Nukleonendichte und die Energie pro Nukleon durch Matrixelemente von ϕ_λ und θ_λ ausdrücken. Für die Nukleonendichte erhalten wir gemäß (3.19):

$$\rho = \frac{4}{(2\pi)^3} \int_{k < k_f} \left(\frac{W(p)}{\tilde{m}(p)} \right) \Big|_{p^0 = \omega_1(k)} \rho_1(k) d^3 \vec{p}. \quad (5.17)$$

Die Energie des Nukleonenfeldes kann in analoger Weise durch die Dichtefunktion $\rho_1(k)$ ausgedrückt werden:

$$E_N/V = \frac{4}{(2\pi)^3} \int_{k < k_f} \left(\frac{m_0 \tilde{m}(p) + k \tilde{k}(p)}{\tilde{m}(p)} \right) \Big|_{p^0 = \omega_1(k)} \rho_1(k) d^3 \vec{p}. \quad (5.18)$$

Man sieht, daß die Energie des Nukleonenfeldes nur im wechselwirkungsfreien Fall als kinetische Energie gedeutet werden kann ¹⁾, während sie beim Kernmaterieproblem Terme enthält, die von der Selbstenergie abhängen.

¹⁾ Man prüft leicht nach, daß der Integrand von Gleichung (5.18) im wechselwirkungsfreien Fall in den Ausdruck für die kinetische Energie freier Nukleonen übergeht.

Betrachten wir nun den Ausdruck (3.31) für die regularisierte Mesonen- und Wechselwirkungsenergie. Nach Anwendung der Vollständigkeitsrelation (5.10) erhält man nach kurzer Rechnung:

$$E'/V + E_M/V = \frac{2}{(2\pi)^3} \int_{k < k_f} \Sigma_{\phi\phi}(\omega_1(k), k) \rho_1(k) d^3\vec{p} + O\left(\frac{g^2}{\omega}\right). \quad (5.19)$$

Bei Vernachlässigung von Retardierungseffekten benötigt man zur Berechnung der Energie pro Nukleon also nur die Matrixelemente der Selbstenergie bezüglich Nukleonenspinoren. Zur Bestimmung der selbstkonsistenten Spinoren sowie der Dichtefunktion $\rho(k)$ werden jedoch alle drei Selbstenergiekomponenten $\Sigma_{\phi\phi}$, $\Sigma_{\theta\phi}$ und $\Sigma_{\theta\theta}$ bzw. Σ_s , Σ_v und Σ_0 benötigt. Wir werden auf dieses Problem noch zurückkommen.

6. Kapitel Die Λ -Theorie in der selbstkonsistenten Basis

Ziel dieses Kapitels ist die Transformation der Gleichungen für die Selbstenergie und die T-Matrix in die selbstkonsistente Teilchen-Antiteilchen Basis. Zunächst wird untersucht, welche Matrixelemente von T zur regularisierten Selbstenergie beitragen. Im zweiten Abschnitt werden dann die Gleichungssysteme für diese Komponenten der T-Matrix abgeleitet und Lösungsmöglichkeiten diskutiert. Im nächsten Abschnitt folgt eine Untersuchung der Eigenschaften des Λ^{00} - und Λ^{10} -Propagators. Daran anschließend wird ein Vergleich mit der Standard-Brueckner Theorie durchgeführt. Den Abschluß des Kapitels bildet eine Untersuchung des nicht relativistischen Grenzfalles.

6.1 Die Matrixelemente der Selbstenergie

Da die Selbstenergie sowohl in Λ^{00} - als auch in Λ^{10} -Näherung für negative Energiargumente reell ist, kann man die Selbstenergie ebenso wie in Hartree-Fock Näherung in einen "Vakuum-" und einen "Mediumpolarisationsterm" aufspalten. Bei der Regularisierung wird dann wieder nur der "Mediumpolarisationsanteil" berücksichtigt.

Setzt man die Nukleonenspektralfunktion (2.22) in Gleichung (4.28) ein, so kann die regularisierte Selbstenergie in folgender Form geschrieben werden:

$$\begin{aligned} \Sigma_{\zeta_1 \zeta_2}(p) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{k' < k_f} & \left(\langle \zeta_1, p, \zeta_4, p' | \hat{T} | \zeta_2, p, \zeta_5 p' \rangle - \right. \\ & \left. - \langle \zeta_1, p, \zeta_4, p' | \hat{T} | \zeta_5, p', \zeta_2, p \rangle \right) A_{\zeta_5 \zeta_4}^{(1)}(\vec{p}') d^3 \vec{p}'. \end{aligned} \quad (6.1)$$

Mit:

$$p'^0 \equiv \omega_1(k').$$

Mit Hilfe der Vollständigkeitsrelation (5.10), Gleichung (5.16) und (5.17) kann man daraus die Matrixelemente der Selbstenergie in der selbstkonsistenten Teilchen-Antiteilchen Basis bestimmen. Man erhält:

$$\Sigma_{\phi\phi}(p) = \frac{1}{2} \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{k' < k_f} \left(\langle \phi_\lambda(p), \phi_{\lambda'}(p') | \hat{T} | \phi_\lambda(p), \phi_{\lambda'}(p') \rangle - \right. \\ \left. - \langle \phi_\lambda(p), \phi_{\lambda'}(p') | \hat{T} | \phi_{\lambda'}(p'), \phi_\lambda(p) \rangle \right) \rho_1(k') d^3 \vec{p}', \quad (6.2a)$$

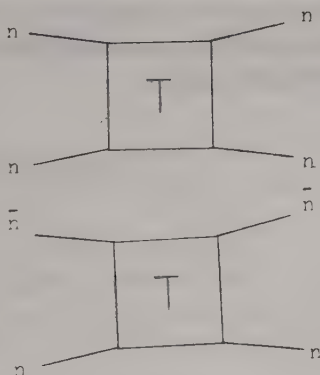
$$\Sigma_{\theta\theta}(p) = \frac{1}{2} \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{k' < k_f} \left(\langle \theta_\lambda(p), \phi_{\lambda'}(p') | \hat{T} | \theta_\lambda(p), \phi_{\lambda'}(p') \rangle - \right. \\ \left. - \langle \theta_\lambda(p), \phi_{\lambda'}(p') | \hat{T} | \phi_{\lambda'}(p'), \theta_\lambda(p) \rangle \right) \rho_1(k') d^3 \vec{p}', \quad (6.2b)$$

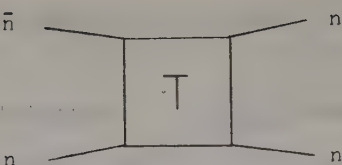
$$\Sigma_{\theta\phi}(p) = \frac{1}{2} \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{k' < k_f} \left(\langle \theta_{\frac{1}{2}}(p) \phi_{\lambda'}(p') | \hat{T} | \phi_{\frac{1}{2}}(p), \phi_{\lambda'}(p') \rangle - \right. \\ \left. - \langle \theta_{\frac{1}{2}}(p), \phi_{\lambda'}(p') | \hat{T} | \phi_{\lambda'}(p'), \phi_{\frac{1}{2}}(p) \rangle \right) \rho_1(k') d^3 \vec{p}'. \quad (6.2c)$$

Zur Berechnung der Matrixelemente der Selbstenergie benötigt man also neben den reinen Nukleonen Streuamplituden auch gemischte Nukleon-Antinukleon Streuamplituden. Die entsprechenden T-Matrixelemente können in folgender Form graphisch dargestellt werden:

$$\langle \phi_\lambda(p), \phi_{\lambda'}(p') | \hat{T} | \phi_\lambda(p), \phi_{\lambda'}(p') \rangle =$$

$$\langle \theta_\lambda(p), \phi_{\lambda'}(p') | \hat{T} | \theta_\lambda(p), \phi_{\lambda'}(p') \rangle =$$



$$\langle \theta_\lambda(p), \phi_{\lambda'}(p') | \hat{T} | \phi_\lambda(p), \phi_{\lambda'}(p') \rangle =$$


In diesem Zusammenhang soll darauf hingewiesen werden, daß das Auftreten von Antinukleonen Streuzuständen *nicht* im Widerspruch zu den Grundannahmen des Regularisierungsmodells steht. Bei der Regularisierung der Wechselwirkung werden bei den *intermediären* Prozessen die Bildung von Nukleon-Antinukleon Paaren vernachlässigt. Die Wahl der Anfangs- und Endzustände wird davon natürlich in keiner Weise beeinflusst.

Um die drei Selbstenergiekomponenten Σ_s , Σ_v und Σ_0 konstruieren zu können, benötigt man die Matrixelemente von Σ in einer *vollständigen* Basis. Aus diesem Grund müssen neben den Matrixelementen bezüglich Nukleonenspinoren auch die Matrixelemente bezüglich Antinukleonzuständen berechnet werden.

6.2 Das Gleichungssystem für die T-Matrix

Die Matrixelemente der Spektralfunktion für Nukleonen sind gemäß Gleichung (5.16) in guter Näherung vernachlässigbar. Nimmt man ferner an, daß auch die Matrixelemente der Spektralfunktion für freie Nukleonen mit Antinukleonenspinoren keinen wesentlichen Beitrag liefern, so kann man das Gleichungssystem für die T-Matrix in der selbstkonsistenten Teilchen-Antiteilchen Basis entkoppeln.

Wendet man die Vollständigkeitsrelation (5.10) auf die T-Matrixgleichung in der Form (4.12) an und bildet anschließend die Matrixelemente mit $\phi_\lambda(p)$ und $\theta_\lambda(p)$, so erhält man die Integralgleichungen für die verschiedenen Nukleon-Antinukleon Streuamplituden. Zur Vereinfachung der Notation wollen wir folgende abkürzende Schreibweisen einführen:

$$\langle \lambda'_1, \lambda'_2, p' | v | \lambda_1, \lambda_2, p \rangle := \langle \phi_{\lambda'_1}, \phi_{\lambda'_2}, p | v | \phi_{\lambda_1}, \phi_{\lambda_2}, p \rangle, \quad (6.3a)$$

$$\langle \lambda'_1, \lambda'_2, p' | u | \lambda_1, \lambda_2, p \rangle := \langle \theta_{\lambda'_1}, \phi_{\lambda'_2}, p | v | \phi_{\lambda_1}, \phi_{\lambda_2}, p \rangle, \quad (6.3b)$$

$$\langle \lambda'_1, \lambda'_2, p' | w | \lambda_1, \lambda_2, p \rangle := \langle \theta_{\lambda'_1}, \phi_{\lambda'_2}, p | v | \phi_{\lambda_1}, \theta_{\lambda_2}, p \rangle, \quad (6.3c)$$

$$\langle \lambda'_1, \lambda'_2, p' | z | \lambda_1, \lambda_2, p \rangle := \langle \theta_{\lambda'_1}, \phi_{\lambda'_2}, p | v | \theta_{\lambda_1}, \phi_{\lambda_2}, p \rangle, \quad (6.3d)$$

bzw.:

$$\langle \lambda'_1, \lambda'_2, p' | T(P) | \lambda_1, \lambda_2, p \rangle := \langle \phi_{\lambda'_1}, \phi_{\lambda'_2}, p | \hat{T}(P) | \phi_{\lambda_1}, \phi_{\lambda_2}, p \rangle, \quad (6.4a)$$

$$\langle \lambda'_1, \lambda'_2, p' | R(P) | \lambda_1, \lambda_2, p \rangle := \langle \theta_{\lambda'_1}, \phi_{\lambda'_2}, p | \hat{T}(P) | \phi_{\lambda_1}, \phi_{\lambda_2}, p \rangle, \quad (6.4b)$$

$$\langle \lambda'_1, \lambda'_2, p' | S(P) | \lambda_1, \lambda_2, p \rangle := \langle \theta_{\lambda'_1}, \phi_{\lambda'_2}, p | \hat{T}(P) | \phi_{\lambda_1}, \theta_{\lambda_2}, p \rangle, \quad (6.4c)$$

$$\langle \lambda'_1, \lambda'_2, p' | P(P) | \lambda_1, \lambda_2, p \rangle := \langle \theta_{\lambda'_1}, \phi_{\lambda'_2}, p | \hat{T}(P) | \theta_{\lambda_1}, \phi_{\lambda_2}, p \rangle, \quad (6.4d)$$

$$\langle \lambda'_1, \lambda'_2, p' | A(P) | \lambda_1, \lambda_2, p \rangle := \langle \phi_{\lambda'_1}, \phi_{\lambda'_2}, p | \hat{T}(P) | \theta_{\lambda_1}, \phi_{\lambda_2}, p \rangle. \quad (6.4e)$$

Die Integralgleichungen für die verschiedenen Streuamplituden lassen sich nun in folgender Form schreiben:

$$\begin{aligned} \langle \lambda'_1, \lambda'_2, p' | T(P) | \lambda_1, \lambda_2, p \rangle &= \langle \lambda'_1, \lambda'_2, p' | v | \lambda_1, \lambda_2, p \rangle + \\ &+ \frac{1}{(2\pi)^4} \int \langle \lambda'_1, \lambda'_2, p' | v | \lambda_3, \lambda_4, p'' \rangle \tilde{\Lambda} \left(\frac{P}{2} + p'', \frac{P}{2} - p'' \right) \cdot \\ &\cdot \langle \lambda_3, \lambda_4, p'' | T(P) | \lambda_1, \lambda_2, p \rangle d^4 p'', \end{aligned} \quad (6.5a)$$

$$\begin{aligned} \langle \lambda'_1, \lambda'_2, p' | R(P) | \lambda_1, \lambda_2, p \rangle &= \langle \lambda'_1, \lambda'_2, p' | u | \lambda_1, \lambda_2, p \rangle + \\ &+ \frac{1}{(2\pi)^4} \int \langle \lambda'_1, \lambda'_2, p' | u | \lambda_3, \lambda_4, p'' \rangle \tilde{\Lambda} \left(\frac{P}{2} + p'', \frac{P}{2} - p'' \right) \cdot \\ &\cdot \langle \lambda_3, \lambda_4, p'' | T(P) | \lambda_1, \lambda_2, p \rangle d^4 p'', \end{aligned} \quad (6.5b)$$

$$\begin{aligned}
\langle \lambda'_1, \lambda'_2, p' | A(P) | \lambda_1, \lambda_2, p \rangle &= \langle \lambda_1, \lambda_2, p | v | \lambda'_1, \lambda'_2, p' \rangle + \\
&+ \frac{1}{(2\pi)^4} \int \langle \lambda'_1, \lambda'_2, p' | v | \lambda_3, \lambda_4, p'' \rangle \tilde{\Lambda} \left(\frac{P}{2} + p'', \frac{P}{2} - p'' \right) \cdot \\
&\cdot \langle \lambda_3, \lambda_4, p'' | A(P) | \lambda_1, \lambda_2, p \rangle d^4 p'', \quad (6.5c)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\langle \lambda'_1, \lambda'_2, p' | P(P) | \lambda_1, \lambda_2, p \rangle &= \langle \lambda'_1, \lambda'_2, p' | z | \lambda_1, \lambda_2, p \rangle + \\
&+ \frac{1}{(2\pi)^4} \int \langle \lambda'_1, \lambda'_2, p' | u | \lambda_3, \lambda_4, p'' \rangle \tilde{\Lambda} \left(\frac{P}{2} + p'', \frac{P}{2} - p'' \right) \cdot \\
&\cdot \langle \lambda_3, \lambda_4, p'' | A(P) | \lambda_1, \lambda_2, p \rangle d^4 p'', \quad (6.5d)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\langle \lambda'_1, \lambda'_2, p' | S(P) | \lambda_1, \lambda_2, p \rangle &= \langle \lambda'_1, \lambda'_2, p' | w | \lambda_1, \lambda_2, p \rangle + \\
&+ \frac{1}{(2\pi)^4} \int \langle \lambda'_1, \lambda'_2, p' | u | \lambda_3, \lambda_4, p'' \rangle \tilde{\Lambda} \left(\frac{P}{2} + p'', \frac{P}{2} - p'' \right) \cdot \\
&\cdot \langle \lambda_4, \lambda_3, p'' | A(P) | \lambda_2, \lambda_1, p \rangle d^4 p''. \quad (6.5e)
\end{aligned}$$

Mit:

$$\tilde{\Lambda}(p, p') := \langle \phi_{\lambda}(p), \phi_{\lambda'}(p') | \Lambda(p, p') | \phi_{\lambda}(p), \phi_{\lambda'}(p') \rangle. \quad (6.6)$$

Da der Ausdruck auf der rechten Seite von Gleichung (6.6) wegen (5.9) bzw. (5.11a) und (5.12a) von λ und λ' unabhängig ist, können die Helizitätsquantenzahlen in Gleichung (6.6) frei gewählt werden. Durch das Durchstreichen der Indizes wird angedeutet, daß über die entsprechenden Quantenzahlen nicht summiert wird.

Die Gleichungssysteme für die restlichen Matrixelemente von T können in völlig analoger Weise bestimmt werden. Da diese Matrixelemente jedoch keinen Beitrag zur regularisierten Selbstenergie liefern, wollen wir uns nicht näher mit ihnen befassen.

Man sieht, daß das Gleichungssystem für die verschiedenen T-Matrixkomponenten weitgehend entkoppelt ist. Gleichung (6.5a) ist ein Integralgleichungssystem für die Komponente $\langle \lambda'_1, \lambda'_2, p' | T(P) | \lambda_1, \lambda_2, p \rangle$. Hat man (6.5a) gelöst, so kann man $\langle \lambda'_1, \lambda'_2, p' | R(P) | \lambda_1, \lambda_2, p \rangle$ durch einfache Quadratur aus Gleichung (6.5b) berechnen.

Die restlichen drei Gleichungssysteme können in analoger Weise gelöst werden. Nach Berechnung der Lösungen des Integralgleichungssystems (6.5c) für die T-Matrixkomponente A reduzieren sich die Gleichungen (6.5d) und (6.5e) für die Komponenten P und S wieder auf je eine Quadratur.

Die Hauptschwierigkeit besteht folglich in der Lösung der Integralgleichungssysteme für T und A . Entsprechend den möglichen Orientierungen der Helizität gibt es jeweils 16 Komponenten. Bei Berücksichtigung der verschiedenen Invarianzeigenschaften der T-Matrix bleiben 6 unabhängige Komponenten von T und 8 unabhängige Komponenten von A übrig¹⁾.

Beim heutigen Stand der Computertechnologie ist eine direkte Behandlung von Integralgleichungssystemen dieser Größenordnung in den Bereich des möglichen gerückt [TH86]. Die für die vorliegende Arbeit zur Verfügung stehenden Rechenkapazitäten waren hierfür jedoch bei weitem nicht ausreichend. Das betrifft vor allem die Größe des benötigten Hauptspeichers.

Es wurde daher eine Partialwellenentwicklung des Potentials und der T-Matrix durchgeführt um die Gleichungssysteme (6.5a) und (6.5c) weiter zu reduzieren. Die hierzu benötigten Verfahren sind Gegenstand der nächsten beiden Kapitel.

6.3 Explizite Darstellung der Λ -Propagatoren

In der selbstkonsistenten Teilchen-Antiteilchen Basis sind die Λ -Propagatoren diagonal in den Helizitätsquantenzahlen und darüberhinaus von λ unabhängig (Gleichung (6.6)). Wir wollen nun die Eigenschaften dieser Propagatoren näher untersuchen.

Die Matrixelemente des Λ^{00} -Propagators können mit Hilfe der Gleichungen (5.9), (5.11) und (5.12) aus (4.19) berechnet werden. Man erhält:

$$\tilde{\Lambda}^{00} \left(\frac{P}{2} + p', \frac{P}{2} - p' \right) =$$

¹⁾ Diese Invarianzeigenschaften werden im 8.Kapitel untersucht.

$$= 2\pi \delta \left(p^0 - \omega_1 \left(\left| \frac{\vec{P}}{2} + \vec{p}' \right| \right) + \frac{P^0}{2} \right) \cdot \tilde{L}^{00} \left(\left| \frac{\vec{P}}{2} + \vec{p}' \right|, \left| \frac{\vec{P}}{2} - \vec{p}' \right|, P^0 \right).$$

Mit:

$$\tilde{L}^{00}(k_1, k_2, P^0) := \frac{\rho^0(\omega_1^0(k_1), k_1) \rho^0(P^0 - \omega_1^0(k_1), k_2)}{P^0 - \omega_1^0(k_1) - \omega_1^0(k_2) + i0}, \quad (6.7)$$

$$\rho^0(p^0, |\vec{p}'|) \equiv \bar{\phi}_\lambda(p) \mathcal{A}^{(1)}(\vec{p}) \phi_\lambda(p) =$$

$$= \mathcal{A}_s^{(1)}(k) + \mathcal{A}_v^{(1)}(k) \cdot \frac{\tilde{k}(p^0, k)}{\tilde{m}(p^0, k)} + \mathcal{A}_0^{(1)}(k) \cdot \frac{W(p^0, k)}{\tilde{m}(p^0, k)}.$$

In der Form (6.7) ist der Λ^{00} -Propagator dem entsprechenden Ausdruck in der nicht relativistischen Theorie sehr ähnlich (vgl.: [RPW66], [Wei66]).

Da zur Berechnung der Matrixelemente ρ^0 jedoch die Selbstenergiekomponenten Σ_s und Σ_v benötigt werden, muß man zur Lösung der T-Matrixgleichung — im Gegensatz zur nichtrelativistischen Λ^{00} -Näherung ein Selbstkonsistenzverfahren durchführen.

Im 4. Kapitel wurde gezeigt, daß die Selbstenergie in Λ -Näherung nicht im gesamten Energiebereich reell ist. Das hat zur Folge, daß die Spektralfunktion im allgemeinen nicht in einen Nukleonen- und einen Antinukleonenanteil aufgespaltet werden kann (vgl. Kapitel 2). Betrachten wir zunächst die Matrixelemente von Gleichung (4.21). Es ergibt sich:

$$\tilde{L}^{10}(\vec{p}_1, \vec{p}_2, P^0) = \frac{1}{2} \rho^0(\omega_1^0(k_1).$$

$$\cdot \int_0^\infty \frac{< \phi_\lambda(P^0 - \omega_1^0(k_1), \vec{p}_2) | A(\omega, \vec{p}_2) | \phi_\lambda(P^0 - \omega_1^0(k_1), \vec{p}_2) >}{P^0 - \omega_1^0(k_1) - \omega - \mu + i0} d\omega. \quad (6.8)$$

Gleichung (6.8) kann mit elementaren Umformungen auf folgende Form gebracht werden (vgl. [RPW66]):

$$\tilde{L}^{10}(\vec{p}_1, \vec{p}_2, P^0) = \frac{1}{2} \rho^0(\omega_1^0(k_1), k_1).$$

$$\begin{aligned} & \left[- \langle \phi_{\chi}(P^0 - \omega_1^0(k_1), \vec{p}_2) | G_1(P^0 - \omega_1^0(k_1), \vec{p}_2) | \phi_{\chi}(P^0 - \omega_1^0(k_1), \vec{p}_2) \rangle + \right. \\ & \left. + \int_{-\infty}^0 \frac{\langle \phi_{\chi}(P^0 - \omega_1^0(k_1), \vec{p}_2) | A(\omega, \vec{p}_2) | \phi_{\chi}(P^0 - \omega_1^0(k_1), \vec{p}_2) \rangle}{P^0 - \omega_1^0(k_1) - \omega - \mu + i0} d\omega \right]. \end{aligned} \quad (6.9)$$

Entsprechend den Überlegungen von Kapitel 4 ist die Selbstenergie für Energiewerte $p^0 < \omega_s$ reell. Hierbei ist ω_s so gewählt, daß $T(\omega)$ für $\omega < \omega_s$ regulär ist. Da Kernmaterie kein suprafluides System darstellt, gilt $\omega_s > 0$ (vgl. Abschnitt 4.3). Die Spektralfunktion im Integranden von Gleichung (6.9) kann daher gemäß (2.22) aufgespalten werden. Man erhält:

$$\tilde{L}^{10}(\vec{p}_1, \vec{p}_2, P^0) = \frac{1}{2} \rho^0(\omega_1^0(k_1), k_1).$$

$$\begin{aligned} & \cdot \left[- \langle \phi_{\chi}(P^0 - \omega_1^0(k_1), \vec{p}_2) | G_1(P^0 - \omega_1^0(k_1), \vec{p}_2) | \phi_{\chi}(P^0 - \omega_1^0(k_1), \vec{p}_2) \rangle + \right. \\ & \left. + \frac{\rho(P^0 - \omega_1^0(k_1), \vec{p}_2) \Theta(\mu - \omega_1(k_2))}{\omega_1(k_2) - \mu - (P^0 - \omega_1^0(k_1) - \mu)(1 + i0)} \right] \end{aligned} \quad (6.10)$$

Mit:

$$\rho(p^0, \vec{p}) := \langle \phi_{\chi}(p^0, \vec{p}) | A^{(1)}(\vec{p}) | \phi_{\chi}(p^0, \vec{p}) \rangle.$$

Beim zweiten Term von Gleichung (6.10) sind wieder nur die Nukleonenbeiträge herausprojeziert. Das Matrixelement $\rho(p)$ kann mit Hilfe der Gleichungen (5.9)-(5.12) durch die Spektralfunktion und die Selbstenergie ausgedrückt werden.

Betrachten wir nun den ersten Term von Gleichung (6.10). Wendet man zunächst die Inversionsformel (A.6) an und bildet dann die Matrixelemente mit $\phi_{\lambda}(p)$ gemäß (5.9)-(5.12), so erhält man:

$$\begin{aligned}
\langle \phi_{\chi}(p) | G_1(p) | \phi_{\chi}(p) \rangle &= \langle \phi_{\chi}(p) | (G_1^{-1}(p))^{-1} | \phi_{\chi}(p) \rangle = \\
&= \langle \phi_{\chi}(p) | (-p_{\mu} \gamma^{\mu} + m_0 \cdot 1 + \Sigma(p))^{-1} | \phi_{\chi}(p) \rangle = \\
&= \frac{1}{\tilde{m}(p)} \cdot \frac{\tilde{m}^2(p) - \tilde{k}^2(p) - \varepsilon(p) W(p)}{W^2(p) - \varepsilon^2(p)}. \quad (6.11)
\end{aligned}$$

Mit:

$$\varepsilon(p) \equiv \Sigma_0(p) - p^0.$$

Hierbei ist zu beachten, daß in Gleichung (6.11) sowohl der Nukleonenanteil als auch der Antinukleonenanteil enthalten ist. Wir führen daher eine Partialbruchzerlegung durch und erhalten:

$$\begin{aligned}
\langle \phi_{\chi}(p) | G_1(p) | \phi_{\chi}(p) \rangle &= \\
&= \frac{1}{2\tilde{m}(p) W(p)} \cdot \left[\frac{\tilde{m}^2(p) - \tilde{k}^2(p) + W^2(p)}{\varepsilon(p) + W(p)} - \frac{\tilde{m}^2(p) - \tilde{k}^2(p) - W^2(p)}{\varepsilon(p) - W(p)} \right]. \quad (6.12)
\end{aligned}$$

Man überzeugt sich leicht davon, daß es sich beim ersten Term um den Nukleonenanteil und beim zweiten Term um den Antinukleonenanteil des Matrixelements handelt¹⁾. Bei der Regularisierung muß daher der zweite Term weggelassen werden. Als endgültigen Ausdruck für den regularisierten Λ^{10} -Propagator erhält man somit:

$$\begin{aligned}
\tilde{L}^{10}(k_1, k_2, P^0) &\approx \frac{1}{2} \rho^0(\omega_1^0(k_1), k_1) \cdot \\
&\cdot \left[- \left(\frac{\tilde{m}}{W} \cdot \frac{1}{\varepsilon + W} \right) (P^0 - \omega_1^0(k_1), k_2) + \right. \\
&\quad \left. + \frac{\rho(P^0 - \omega_1^0(k_1), k_2) \Theta(\mu - \omega_1(k_2))}{\omega_1(k_2) - \mu - (P^0 - \omega_1^0(k_1) - \mu)(1 + i0)} \right]. \quad (6.13)
\end{aligned}$$

¹⁾ Der erste Term wird singular für $p^0 = \omega_1(k)$, während der Pol des zweiten Terms bei $p^0 = \omega_2(k)$ liegt.

Der Ausdruck (6.13) für den Λ^{10} -Propagator hat für $k_2 < k_f$ eine hebbare Singularität 2. Ordnung an der Stelle $P^0 = \omega_1^0(k_1) + \omega_1(k_2)$. Der Funktionswert an dieser Stelle kann mit Standardmethoden der Analysis berechnet werden. Man erhält ¹⁾:

$$\tilde{L}^{10}(k_1, k_2, \omega_1^0(k_1) + \omega_1(k_2)) = \frac{1}{2} \rho^0(\omega_1^0(k_1), k_1) \cdot H(\omega_1(k_2), k_2).$$

Mit:

$$\begin{aligned} H(p^0, k) \equiv & \left[\rho \left(W \frac{\partial^2 \Sigma_0}{(\partial p^0)^2} + \tilde{m} \frac{\partial^2 \Sigma_s}{(\partial p^0)^2} + \left(\frac{\partial \Sigma_s}{\partial p^0} \right)^2 + \tilde{k} \frac{\partial^2 \Sigma_v}{(\partial p^0)^2} + \left(\frac{\partial \Sigma_v}{\partial p^0} \right)^2 - \right. \\ & \left. - \frac{\left(\tilde{m} \frac{\partial \Sigma_s}{\partial p^0} + \tilde{k} \frac{\partial \Sigma_v}{\partial p^0} \right)^2}{W^2} \right) + 2 \frac{\tilde{k}^2 \frac{\partial \Sigma_s}{\partial p^0} - \tilde{m} \tilde{k} \frac{\partial \Sigma_v}{\partial p^0}}{W^2} \Big] (p^0, k) / \\ & / \left[2 \left(W - \left(\tilde{m} \frac{\partial \Sigma_s}{\partial p^0} + \tilde{k} \frac{\partial \Sigma_v}{\partial p^0} + W \frac{\partial \Sigma_0}{\partial p^0} \right) \right) \right] (p^0, k). \end{aligned} \quad (6.14)$$

Für die Ausführung der Rechnung ist eine numerisch stabile Berechnung des Λ^{10} -Propagators in der Nähe der hebbaren Singularität von größter Bedeutung. Einzelheiten des hierzu verwendeten Verfahrens findet man in Kapitel 9.

Zur qualitativen Untersuchung des Verhaltens des regularisierten Λ^{10} -Propagators wollen wir nun noch den einfachen Spezialfall energieunabhängiger Selbstenergie betrachten. Durch eine einfache Rechnung kann man zeigen, daß sich in diesem Fall für $k_2 < k_f$ die beiden Summanden in Gleichung (6.13) gegeneinander wegheben. Es gilt:

$$\tilde{L}^{10}(k_1, k_2, P^0) = \frac{1}{2} \frac{\tilde{m}(k_1) \tilde{m}(k_2)}{W(k_1) W(k_2)} \cdot \frac{\Theta(k_2 - k_f)}{P^0 - \omega_1^0(k_1) - \omega_1(k_2)}. \quad (6.15)$$

Bei der intermediären Teilchenpropagation in Λ^{10} -Näherung wird nur jeweils ein Teilchen durch die Zweipunktfunktion des wechselwirkenden Systems beschrieben, während für das andere Teilchen der Propagator des wechselwirkungsfreien Systems verwendet wird. Das bedeutet, daß das Pauli-Prinzip bei den Zwischenzuständen

¹⁾ Gleichung (6.14) wurde mit Hilfe des Formelmanipulationsprogramms "Reduce" [He73] nachgeprüft

teilweise verletzt wird (vgl. [RPW66]). Bei der Λ^{00} -Näherung werden beide intermediäre Teilchen durch den Propagator des wechselwirkungsfreien Systems beschrieben, d.h. das Pauli-Prinzip wird bei den Zwischenzuständen vollständig vernachlässigt. Eine detaillierte Untersuchung dieser Problematik findet man z.B. in [Wei66].

Für große Impulse hat der Λ^{00} -Propagator dagegen dieselbe asymptotische Form wie der Λ^{10} -Propagator (vgl. Gleichung (6.7) und (6.15)).

6.4 Die Brueckner Hartree-Fock Näherung

Zu Vergleichszwecken wurden im Rahmen der vorliegenden Arbeit auch Rechnungen mit einer einfachen Version der Brueckner Hartree-Fock Näherung durchgeführt. Hervorragende Darstellungen der Brueckner Theorie findet man z.B. in [Ma81] und [Da67]¹⁾. Untersuchungen der Brueckner Hartree-Fock Näherung im Rahmen der relativistischen Theorie wurden von Shakin et al. ([ACS80], [ACS81a-d], [ACS83]) sowie Horowitz und Serot ([HS83], [HS84]) durchgeführt. Wir wollen uns daher in diesem Abschnitt nur auf einige wesentliche Punkte beschränken.

Die Gleichung für die Bruecknersche "Reaction-Matrix" T_B ist im wesentlichen mit der T-Matrixgleichung in der Λ -Theorie identisch. Beim Brueckner Propagator wird das Pauli-Prinzip bei den intermediären Teilchenzuständen voll berücksichtigt. Es gilt:

$$\tilde{\Lambda}_B(k_1, k_2, P^0) = 2\pi \frac{\Theta(k_1 - k_f) \Theta(k_2 - k_f)}{P^0 - \omega_1(k_1) - \omega_1(k_2)}. \quad (6.16)$$

In der Brueckner Theorie wird die Energieabhängigkeit der Selbstenergie vernachlässigt. Die Energie-Impulsbeziehung $\omega_1(k)$ kann in folgender Weise aus der Selbstenergie bestimmt werden:

$$\omega_1(k) = \Sigma_0(k) + \sqrt{(m_0 + \Sigma_s(k))^2 + (k + \Sigma_v(k))^2}. \quad (6.17)$$

Die Matricelemente der Selbstenergie können aus Gleichung (6.2) berechnet werden, wobei die T-Matrix durch die Bruecknersche "Reaction-Matrix" und die Impulsdichtefunktion $\rho(k)$ durch $\tilde{m}(k)/W(k)$ ersetzt werden muß.

¹⁾ Ein Vergleich zwischen der Brueckner Theorie und der Methode der Greenschen Funktionen wurde von Mahaux und Sartor [MS79] durchgeführt.

Bei der "standard gap-choice" Brueckner Hartree-Fock Näherung wird oberhalb der Fermikante die Energie-Impulsbeziehung für freie Nukleonen $\omega_1^0(k)$ verwendet, während die Energie-Impuls Beziehung bei der "continuous-choice" Brueckner Hartree-Fock Näherung in selbstkonsistenter Weise berechnet wird [Ma81]. Bei den bisher veröffentlichten relativistischen Brueckner Hartree-Fock Rechnungen wird jeweils die "standard gap-choice" Näherung verwendet ([ACS80], [ACS81a-d], [ACS83], [HS83], [HS84], [Th86]). Wir beschränken uns daher im folgenden auf die "standard gap-choice" Näherung.

Der Ausdruck (6.16) für den Brueckner Propagator unterscheidet sich somit vom Λ^{00} -Propagator im wesentlichen nur durch die Pauli-Projektoren im Zähler. Wir werden auf die Unterschiede zwischen der Brueckner Theorie und der Λ -Theorie noch ausführlich zurückkommen.

6.5 Der nicht relativistische Grenzfall

Zum Schluß dieses Kapitels wollen wir noch den nicht relativistischen Grenzfall betrachten. In der nicht relativistischen Theorie gibt es nur eine unabhängige Selbstenergiekomponente $\Sigma(p)$. Ein Vergleich mit der Standard Brueckner Hartree-Fock Rechnung von Erkelenz et al. ([Er74], [EAH71], [HEA72]) zeigt, daß hierbei folgende Ersetzungen vorgenommen werden müssen:

$$\Sigma_s(p) \longrightarrow 0 \quad \Sigma_v(p) \longrightarrow 0 \quad \Sigma_0(p) \longrightarrow \Sigma(p).$$

Ferner muß die relativistische Energie-Impuls Beziehung durch die nicht relativistische Energie-Impulsbeziehung ersetzt werden. Darüber hinaus ist zu beachten, daß für die Matricelemente der Spektralfunktion wechselwirkungsfreier Teilchen im nicht relativistischen Grenzfall gilt:

$$\rho^0(p^0, k) \longrightarrow 1$$

Der Brueckner Hartree-Fock Propagator nimmt somit folgende Form an ([EAH71], [HEA72]):

$$\tilde{\Lambda}_B(k_1, k_2, P^0) = 2\pi \frac{\Theta(k_1 - k_f) \Theta(k_2 - k_f)}{P^0 - \frac{k_1^2}{2m_0} - \frac{k_2^2}{2m_0}}. \quad (6.18)$$

Durch die einfachere Struktur der Selbstenergie werden die Gleichungen wesentlich vereinfacht. Gemäß Gleichung (5.6) sind die selbstkonsistenten Nukleonen- und Antinukleonenspinoren ϕ_λ und θ_λ durch die Vakuumspinoren u_λ und v_λ ¹⁾ zu ersetzen.

¹⁾ Definition siehe [BD64a].

Zur Berechnung der Selbstenergie benötigt man nur die Teilchen–Teilchen Matrixelemente von T . Es gilt [ER74]

$$\Sigma(p) = \Sigma_{uu}(p),$$

$$\begin{aligned} \Sigma_{uu}(p) = \frac{1}{2} \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{k' < k_f} (< u_\lambda(p), u_{\lambda'}(p') | T_B | u_\lambda(p), u_{\lambda'}(p') > - \\ - < u_\lambda(p), u_{\lambda'}(p') | T_B | u_{\lambda'}(p'), u_\lambda(p) >) \cdot \frac{m_0}{E(k')} d^3 k', \end{aligned} \quad (6.19)$$

$$E(k) \equiv \sqrt{m_0^2 + k^2}.$$

Man muß daher statt des gekoppelten Gleichungssystems (6.5a)–(6.5e) nur die T–Matrixgleichung für die Komponente $< u, u | T | u, u >$ lösen, da man im Gegensatz zur relativistischen Theorie nur eine linear unabhängige Selbstenergiekomponente hat.

Für die Λ –Näherungen kann der nicht relativistische Grenzfall in völlig analoger Weise gebildet werden. Zusätzlich zu den bereits erörterten Ersetzungen muß hierbei folgendes beachtet werden:

Die Rolle der Spektralfunktion wird von der Impulsdichtefunktion übernommen. Es gilt:

$$\rho(k) = \frac{1}{\left| 1 - \frac{\partial \Sigma}{\partial \omega} \right|}. \quad (6.20)$$

Die relativistische Theorie unterscheidet sich von der nicht relativistischen Theorie also im wesentlichen durch zwei Faktoren. Einerseits ändern sich die Propagatoren, andererseits sind Effekte durch den Übergang von der Vakuumbasis zur selbstkonsistenten Basis zu erwarten.

Die Einflüsse der verschiedenen Faktoren auf die Sättigungseigenschaften von Kernmaterie werden im 9. Kapitel untersucht.

7. Kapitel Die Partialwellenentwicklung der Potentialmatrixelemente

Die Partialwellenentwicklung der Potentialmatrixelemente wird am zweckmäßigsten in der Helizitätsdarstellung durchgeführt. Jacob und Wick [JW59] haben ein Verfahren zur Partialwellenentwicklung gekoppelter Zweiteilchen Matrixelemente in der Helizitätsdarstellung angegeben. Dieses Verfahren wurde von Erkelenz et al. ([EAH71], [Er74]) erweitert und zur Berechnung der Nukleon–Nukleon Matrixelemente des OBE–Potentials in der Vakuumbasis angewandt.

Ein wesentlicher Vorteil dieser Methode gegenüber der Partialwellenentwicklung in der $\{LSJ\}$ –Basis ist neben der symmetrischen Behandlung der Anfangs- und Endzustände der Wegfall einer aufwendigen Drehimpulsalgebra [EAH71].

In diesem Kapitel wird eine Erweiterung dieses Verfahrens zur Berechnung der Nukleon–Nukleon Matrixelemente des Potentials in der selbstkonsistenten Basis entwickelt. Da man — wie im letzten Kapitel gezeigt wurde — zur Berechnung der Selbstenergie in der relativistischen Theorie neben den Nukleon–Nukleon Matrixelementen auch die gemischten Nukleon–Antinukleon Matrixelemente der T–Matrix benötigt, wird darüber hinaus eine Partialwellenentwicklung der entsprechenden Nukleon–Antinukleon Matrixelemente des Potentials durchgeführt.

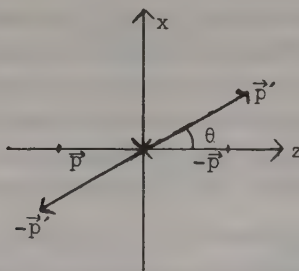
Nach einem kurzen Abriss der benötigten Definitionen und Phasenkonventionen im 1. Abschnitt werden im 2. Abschnitt zunächst die Matrixelemente für die verschiedenen Kopplungsformen berechnet. Im dritten Abschnitt werden die wesentlichen Schritte zur Berechnung der Partialwellenamplituden der Nukleon–Nukleon Matrixelemente zusammengestellt. Im vierten Abschnitt folgt die Untersuchung der Darstellung der gemischten Nukleon–Antinukleon Matrixelemente. Den Abschluß des Kapitels bildet die Berechnung des Isospinanteils der Potentialmatrixelemente.

7.1 Definitionen und Phasenkonventionen

In den folgenden Abschnitten verwenden wir die Phasenkonventionen von Jacob und Wick [JW59]. Hierbei ist insbesondere zu beachten, daß die Drehoperatoren und Drehmatrizen entsprechend der Konvention von Rose [Ros57] definiert sind. Diese Konventionen werden ebenso von Erkelenz [Er74] verwendet.

Da die Matrixelemente des Potentials bezüglich Lorenztransformationen invariant sind, kann die Analyse im Schwerpunktsystem durchgeführt werden. Man kann ohne

Einschränkung der Allgemeinheit annehmen, daß die Vektoren $\vec{p}'$ und $\vec{p}$ in der $x-z$ -Ebene liegen. Ferner wählen wir die z -Achse in Richtung des Vektors $\vec{p}$.



Mit ϑ wird der Winkel zwischen $\vec{p}'$ und $\vec{p}$ bezeichnet (siehe Skizze). Entsprechend Gleichung (5.6) kann man den Spinanteil der vier Spinoren daher folgendermaßen schreiben:

$$\begin{aligned} |\lambda_1\rangle &= \chi_{\lambda_1}, & |\lambda'_1\rangle &= e^{-i\frac{\vartheta}{2}\sigma_y} \cdot \chi_{\lambda'_1}, \\ |\lambda_2\rangle &= (-1)^{\frac{1}{2}-\lambda_2} \chi_{-\lambda_2}, & |\lambda'_2\rangle &= (-1)^{\frac{1}{2}-\lambda'_2} e^{-i\frac{\vartheta}{2}\sigma_y} \cdot \chi_{-\lambda'_2}. \end{aligned} \quad (7.1)$$

Gemäß der Phasenkonvention von Jacob und Wick werden die Spinoren $|\lambda_2\rangle$ und $|\lambda'_2\rangle$ mit einem zusätzlichen Phasenfaktor multipliziert. D.h. man führt folgende Ersetzungen durch:

$$\begin{aligned} |\lambda_2\rangle &\longrightarrow (-1)^{\frac{1}{2}-\lambda_2} |\lambda_2\rangle, \\ |\lambda'_2\rangle &\longrightarrow (-1)^{\frac{1}{2}-\lambda'_2} |\lambda'_2\rangle. \end{aligned} \quad (7.2)$$

Durch diese Konvention wird erreicht, daß für ein ruhendes Teilchen

$$|\lambda_2\rangle = \chi_{-\lambda_2}$$

gilt. Somit treten die Spinoren für Teilchen 1 und Teilchen 2 in den Matrixelementen in symmetrischer Form auf.

Die Potentialmatrixelemente für die verschiedenen Kopplungsarten können nunmehr mit elementarer Diracalgebra berechnet werden. Hierzu verwendet man am zweckmäßigsten die Darstellung der Diracmatrizen in ihrer Paulireduzierten Form (A.4). Aufgrund der Drehinvarianz des Systems können die Paulimatrizen nur in den Kombinationen 1 und $(\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2)$ auftreten. Für die entsprechenden Matrixelemente erhält man [Er74]:

$$\begin{aligned}
\langle \lambda'_1 \lambda'_2 | 1 | \lambda_1 \lambda_2 \rangle = & \left[|\lambda'_1 + \lambda_1| \cos\left(\frac{\vartheta}{2}\right) + (\lambda'_1 - \lambda_1) \sin\left(\frac{\vartheta}{2}\right) \right] \cdot \\
& \cdot \left[|\lambda'_2 + \lambda_2| \cos\left(\frac{\vartheta}{2}\right) - (\lambda'_2 - \lambda_2) \sin\left(\frac{\vartheta}{2}\right) \right], \quad (7.3a)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\langle \lambda'_1 \lambda'_2 | \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2 | \lambda_1 \lambda_2 \rangle = & - \left[(\lambda'_1 + \lambda_1) \sin\left(\frac{\vartheta}{2}\right) + |\lambda'_1 - \lambda_1| \cos\left(\frac{\vartheta}{2}\right) \right] \cdot \\
& \cdot \left[(\lambda'_2 + \lambda_2) \sin\left(\frac{\vartheta}{2}\right) - |\lambda'_2 - \lambda_2| \cos\left(\frac{\vartheta}{2}\right) \right] - \\
& - \left[|\lambda'_1 + \lambda_1| \sin\left(\frac{\vartheta}{2}\right) - (\lambda'_1 - \lambda_1) \cos\left(\frac{\vartheta}{2}\right) \right] \cdot \\
& \cdot \left[|\lambda'_2 + \lambda_2| \sin\left(\frac{\vartheta}{2}\right) + (\lambda'_2 - \lambda_2) \cos\left(\frac{\vartheta}{2}\right) \right] - \\
& - \left[(\lambda'_1 + \lambda_1) \cos\left(\frac{\vartheta}{2}\right) - |\lambda'_1 - \lambda_1| \sin\left(\frac{\vartheta}{2}\right) \right] \cdot \\
& \cdot \left[(\lambda'_2 + \lambda_2) \cos\left(\frac{\vartheta}{2}\right) + |\lambda'_2 - \lambda_2| \sin\left(\frac{\vartheta}{2}\right) \right]. \quad (7.3b)
\end{aligned}$$

7.2 Berechnung der Matrixelemente für die verschiedenen Kopplungsarten

Wenden wir uns zunächst den Mesonen mit skalarer Kopplung zu. Durch eine einfache Rechnung erhält man folgende Ausdrücke für die Teilchen–Teilchen und die Teilchen–Antiteilchen Matrixelemente in der selbstkonsistenten Basis:

$$\begin{aligned}
\langle \lambda'_1 \lambda'_2 p' | V_s | \lambda_1 \lambda_2 p \rangle = & -g_s^2 \tilde{\Delta}_s^0(p', p) \cdot \frac{\varepsilon' \varepsilon}{4\tilde{m}'\tilde{m}} \cdot \\
& \cdot \left(1 - \frac{4\lambda'_1 \lambda_1 \tilde{k}' \tilde{k}}{\varepsilon' \varepsilon} \right) \left(1 - \frac{4\lambda'_2 \lambda_2 \tilde{k}' \tilde{k}}{\varepsilon' \varepsilon} \right) \cdot \langle \lambda'_1 \lambda'_2 | 1 | \lambda_1 \lambda_2 \rangle, \quad (7.4a)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\langle \lambda'_1 \lambda'_2 p' | U_s | \lambda_1 \lambda_2 p \rangle &= -g_s^2 \tilde{\Delta}_s^0(p', p) \cdot \frac{\varepsilon' \varepsilon}{4\tilde{m}'\tilde{m}} \cdot \\
&\cdot \left(\frac{2\lambda'_1 \tilde{k}'}{\varepsilon'} - \frac{2\lambda_1 \tilde{k}}{\varepsilon} \right) \left(1 - \frac{4\lambda'_2 \lambda_2 \tilde{k}' \tilde{k}}{\varepsilon' \varepsilon} \right) \cdot \langle \lambda'_1 \lambda'_2 | 1 | \lambda_1 \lambda_2 \rangle, \quad (7.4b)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\langle \lambda'_1 \lambda'_2 p' | W_s | \lambda_1 \lambda_2 p \rangle &= g_s^2 \tilde{\Delta}_s^0(p', p) \cdot \frac{\varepsilon' \varepsilon}{4\tilde{m}'\tilde{m}} \cdot \\
&\cdot \left(\frac{2\lambda'_1 \tilde{k}'}{\varepsilon'} - \frac{2\lambda_1 \tilde{k}}{\varepsilon} \right) \left(\frac{2\lambda'_2 \tilde{k}'}{\varepsilon'} - \frac{2\lambda_2 \tilde{k}}{\varepsilon} \right) \cdot \langle \lambda'_1 \lambda'_2 | 1 | \lambda_1 \lambda_2 \rangle, \quad (7.4c)
\end{aligned}$$

$$\langle \lambda'_1 \lambda'_2 p' | Z_s | \lambda_1 \lambda_2 p \rangle = - \langle \lambda'_1 \lambda'_2 p' | V_s | \lambda_1 \lambda_2 p \rangle. \quad (7.4d)$$

Hierbei wurden folgende Abkürzungen verwendet:

$$\begin{aligned}
\varepsilon &= \tilde{m}(p) + W(p), & \varepsilon' &= \tilde{m}'(p') + W(p'), \\
\tilde{m} &= \tilde{m}(p), & \tilde{m}' &= \tilde{m}'(p'), \\
\tilde{k} &= \tilde{k}(p), & \tilde{k}' &= \tilde{k}'(p'), \\
W &= W(p), & W' &= W(p').
\end{aligned}$$

Die Potentialmatrixelemente für Mesonen mit pseudoskalarer Kopplung können in völlig analoger Weise berechnet werden. Man erhält:

$$\begin{aligned}
\langle \lambda'_1 \lambda'_2 p' | V_{ps} | \lambda_1 \lambda_2 p \rangle &= g_{ps}^2 \tilde{\Delta}_{ps}^0(p', p) \cdot \frac{\varepsilon' \varepsilon}{4\tilde{m}'\tilde{m}} \cdot \\
&\cdot \left(\frac{2\lambda'_1 \tilde{k}'}{\varepsilon'} - \frac{2\lambda_1 \tilde{k}}{\varepsilon} \right) \left(\frac{2\lambda'_2 \tilde{k}'}{\varepsilon'} - \frac{2\lambda_2 \tilde{k}}{\varepsilon} \right) \cdot \langle \lambda'_1 \lambda'_2 | 1 | \lambda_1 \lambda_2 \rangle, \quad (7.5a)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\langle \lambda'_1 \lambda'_2 p' | U_{ps} | \lambda_1 \lambda_2 p \rangle &= g_{ps}^2 \tilde{\Delta}_{ps}^0(p', p) \cdot \frac{\varepsilon' \varepsilon}{4\tilde{m}'\tilde{m}} \cdot \\
&\cdot \left(1 - \frac{4\lambda'_1 \lambda_1 \tilde{k}' \tilde{k}}{\varepsilon' \varepsilon} \right) \left(\frac{2\lambda'_2 \tilde{k}'}{\varepsilon'} - \frac{2\lambda_2 \tilde{k}}{\varepsilon} \right) \cdot \langle \lambda'_1 \lambda'_2 | 1 | \lambda_1 \lambda_2 \rangle, \quad (7.5b)
\end{aligned}$$

$$< \lambda'_1 \lambda'_2 p' | W_{ps} | \lambda_1 \lambda_2 p > = -g_{ps}^2 \tilde{\Delta}_{ps}^0(p', p) \cdot \frac{\varepsilon' \varepsilon}{4\tilde{m}'\tilde{m}}.$$

$$\cdot \left(1 - \frac{4\lambda'_1 \lambda_1 \tilde{k}' \tilde{k}}{\varepsilon' \varepsilon} \right) \left(1 - \frac{4\lambda'_2 \lambda_2 \tilde{k}' \tilde{k}}{\varepsilon' \varepsilon} \right) \cdot < \lambda'_1 \lambda'_2 | 1 | \lambda_1 \lambda_2 >, \quad (7.5c)$$

$$< \lambda'_1 \lambda'_2 p' | Z_{ps} | \lambda_1 \lambda_2 p > = - < \lambda'_1 \lambda'_2 p' | V_{ps} | \lambda_1 \lambda_2 p >. \quad (7.5d)$$

Die Diracalgebra zur Berechnung der Matrixelemente für Wechselwirkung mit Pseudovektormesonen ist etwas aufwendiger. Eine Rechnung ergibt:

$$\begin{aligned} < \lambda'_1 \lambda'_2 p' | V_{pv} | \lambda_1 \lambda_2 p > = \left(\frac{f_{pv}}{\mu_{pv}} \right)^2 \tilde{\Delta}_{pv}^0(p', p) \cdot \frac{\varepsilon' \varepsilon}{4\tilde{m}'\tilde{m}} \cdot \\ \cdot \left[(p'^0 - p^0) \left(\frac{2\lambda'_1 \tilde{k}'}{\varepsilon'} + \frac{2\lambda_1 \tilde{k}}{\varepsilon} \right) - (2\lambda'_1 k' - 2\lambda_1 k) \left(1 + \frac{4\lambda'_1 \lambda_1 \tilde{k}' \tilde{k}}{\varepsilon' \varepsilon} \right) \right] \cdot \\ \cdot \left[(p'^0 - p^0) \left(\frac{2\lambda'_2 \tilde{k}'}{\varepsilon'} + \frac{2\lambda_2 \tilde{k}}{\varepsilon} \right) - (2\lambda'_2 k' - 2\lambda_2 k) \left(1 + \frac{4\lambda'_2 \lambda_2 \tilde{k}' \tilde{k}}{\varepsilon' \varepsilon} \right) \right] \cdot \\ < \lambda'_1 \lambda'_2 | 1 | \lambda_1 \lambda_2 >, \quad (7.6a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} < \lambda'_1 \lambda'_2 p' | U_{pv} | \lambda_1 \lambda_2 p > = \left(\frac{f_{pv}}{\mu_{pv}} \right)^2 \tilde{\Delta}_{pv}^0(p', p) \cdot \frac{\varepsilon' \varepsilon}{4\tilde{m}'\tilde{m}} \cdot \\ \cdot \left[(p'^0 - p^0) \left(1 + \frac{4\lambda'_1 \lambda_1 \tilde{k}' \tilde{k}}{\varepsilon' \varepsilon} \right) - (2\lambda'_1 k' - 2\lambda_1 k) \left(\frac{2\lambda'_1 \tilde{k}'}{\varepsilon'} + \frac{2\lambda_1 \tilde{k}}{\varepsilon} \right) \right] \cdot \\ \cdot \left[(p'^0 - p^0) \left(\frac{2\lambda'_2 \tilde{k}'}{\varepsilon'} + \frac{2\lambda_2 \tilde{k}}{\varepsilon} \right) - (2\lambda'_2 k' - 2\lambda_2 k) \left(1 + \frac{4\lambda'_2 \lambda_2 \tilde{k}' \tilde{k}}{\varepsilon' \varepsilon} \right) \right] \cdot \\ < \lambda'_1 \lambda'_2 | 1 | \lambda_1 \lambda_2 >, \quad (7.6b) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\langle \lambda'_1 \lambda'_2 p' | W_{pv} | \lambda_1 \lambda_2 p \rangle &= \left(\frac{f_{pv}}{\mu_{pv}} \right)^2 \tilde{\Delta}_{pv}^0(p', p) \cdot \frac{\varepsilon' \varepsilon}{4\tilde{m}'\tilde{m}} \cdot \\
&\cdot \left[(p'^0 - p^0) \left(1 + \frac{4\lambda'_1 \lambda_1 \tilde{k}' \tilde{k}}{\varepsilon' \varepsilon} \right) - (2\lambda'_1 k' - 2\lambda_1 k) \left(\frac{2\lambda'_1 \tilde{k}'}{\varepsilon'} + \frac{2\lambda_1 \tilde{k}}{\varepsilon} \right) \right] \cdot \\
&\cdot \left[(p'^0 - p^0) \left(1 + \frac{4\lambda'_2 \lambda_2 \tilde{k}' \tilde{k}}{\varepsilon' \varepsilon} \right) - (2\lambda'_2 k' - 2\lambda_2 k) \left(\frac{2\lambda'_2 \tilde{k}'}{\varepsilon'} + \frac{2\lambda_2 \tilde{k}}{\varepsilon} \right) \right] \cdot \\
&\langle \lambda'_1 \lambda'_2 | 1 | \lambda_1 \lambda_2 \rangle, \tag{7.6c}
\end{aligned}$$

$$\langle \lambda'_1 \lambda'_2 p' | Z_{pv} | \lambda_1 \lambda_2 p \rangle = \langle \lambda'_1 \lambda'_2 p' | V_{pv} | \lambda_1 \lambda_2 p \rangle. \tag{7.6d}$$

Man kann zeigen, daß die Nukleon-Nukleon Potentialmatrixelemente für ps-Kopplung und pv-Kopplung im Grenzfall $\Sigma(p) \rightarrow 0$, $p^0 = E(\vec{p})$, $p'^0 = E(\vec{p}')$ übereinstimmen [Er74]¹⁾. In der selbstkonsistenten Basis stimmen diese Matrixelemente bei beiden Kopplungsarten jedoch nicht überein (vgl. Gleichung (7.5a) und (7.6a)).

Bei den Nukleon-Antinukleon Matrixelementen zeigen sich dagegen deutlichere Unterschiede zwischen der ps- und der pv-Kopplung. Bereits in der Vakuumbasis verhalten sich diese Matrixelemente völlig unterschiedlich. Am deutlichsten sieht man das im Falle der Matrixelemente Z_{ps} und Z_{pv} (Gleichung (7.5d) und (7.6d)). Diese Matrixelemente unterscheiden sich sogar im Vorzeichen.

Am kompliziertesten gestaltet sich die Berechnung der Potentialmatrixelemente für die Wechselwirkung mit Vektormesonen mit Ableitungskopplungstermen. Um die Formeln überschaubar zu halten, spaltet man den entsprechenden Beitrag üblicherweise in drei Terme auf (vgl. [Er74]):

$$\begin{aligned}
\langle \zeta'_1 \zeta'_2 p' | V_v | \zeta_1 \zeta_2 p \rangle &= \langle \zeta'_1 \zeta'_2 p' | V_{vv} | \zeta_1 \zeta_2 p \rangle + \\
&+ \langle \zeta'_1 \zeta'_2 p' | V_{vt} | \zeta_1 \zeta_2 p \rangle + \langle \zeta'_1 \zeta'_2 p' | V_{tt} | \zeta_1 \zeta_2 p \rangle. \tag{7.7}
\end{aligned}$$

¹⁾ Das gilt sowohl für die *on-shell* als auch für die *off-shell* Matrixelemente.

Mit:

$$\langle \zeta'_1 \zeta'_2 p' | V_{vv} | \zeta_1 \zeta_2 p \rangle \equiv g_v^2 (\gamma_\mu)_{\zeta'_1 \zeta_1} (\gamma_\nu)_{\zeta'_2 \zeta_2} \cdot \left(\tilde{\Delta}_v^0 \right)^{\mu\nu} (p', p),$$

$$\begin{aligned} \langle \zeta'_1 \zeta'_2 p' | V_{vt} | \zeta_1 \zeta_2 p \rangle &\equiv \frac{if_v g_v}{2m_0} \cdot [(\gamma_\mu)_{\zeta'_1 \zeta_1} (p' - p)^\kappa (\sigma_{\kappa\nu})_{\zeta'_2 \zeta_2} - \\ &- (p' - p)^\lambda (\sigma_{\lambda\mu})_{\zeta'_1 \zeta_1} (\gamma_\nu)_{\zeta'_2 \zeta_2}] \cdot \left(\tilde{\Delta}_v^0 \right)^{\mu\nu} (p', p), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle \zeta'_1 \zeta'_2 p' | V_{tt} | \zeta_1 \zeta_2 p \rangle &\equiv \\ &\equiv \left(\frac{f_{pv}}{\mu_{pv}} \right)^2 (p' - p)^\lambda (p' - p)^\kappa (\sigma_{\lambda\mu})_{\zeta'_1 \zeta_1} (\sigma_{\kappa\nu})_{\zeta'_2 \zeta_2} \cdot \left(\tilde{\Delta}_v^0 \right)^{\mu\nu} (p', p). \end{aligned}$$

Der erste Term ist der Beitrag mit direkter Kopplung, V_{tt} ist der Ableitungskopplungsterm und in V_{vt} werden die gemischten Terme zusammengefaßt. Die Matrixelemente dieser Beiträge können durch eine etwas umfangreichere Rechnung bestimmt werden. Schließlich erhält man:

$$\begin{aligned} \langle \lambda'_1 \lambda'_2 p' | V_{vv} | \lambda_1 \lambda_2 p \rangle &= g_v^2 \cdot (F_v^2 \mathcal{G}) (p', p) \cdot \frac{\varepsilon' \varepsilon}{4\tilde{m}'\tilde{m}} \cdot \\ &\cdot \left[\left(\left(1 + \frac{4\lambda'_1 \lambda_1 \tilde{k}' \tilde{k}}{\varepsilon' \varepsilon} \right) \left(1 + \frac{4\lambda'_2 \lambda_2 \tilde{k}' \tilde{k}}{\varepsilon' \varepsilon} \right) + \frac{1}{\mu_v^2} \left((p'^0 - p^0) \left(1 + \frac{4\lambda'_1 \lambda_1 \tilde{k}' \tilde{k}}{\varepsilon' \varepsilon} \right) - \right. \right. \right. \\ &- (2\lambda'_1 k' - 2\lambda_1 k) \left(\frac{2\lambda'_1 \tilde{k}'}{\varepsilon'} + \frac{2\lambda_1 \tilde{k}}{\varepsilon} \right) \left. \left((p'^0 - p^0) \left(1 + \frac{4\lambda'_2 \lambda_2 \tilde{k}' \tilde{k}}{\varepsilon' \varepsilon} \right) - \right. \right. \\ &- (2\lambda'_2 k' - 2\lambda_2 k) \left(\frac{2\lambda'_2 \tilde{k}'}{\varepsilon'} + \frac{2\lambda_2 \tilde{k}}{\varepsilon} \right) \left. \left. \right) \right) \cdot \langle \lambda'_1 \lambda'_2 | 1 | \lambda_1 \lambda_2 \rangle - \\ &- \left. \left(\frac{2\lambda'_1 \tilde{k}'}{\varepsilon'} + \frac{2\lambda_1 \tilde{k}}{\varepsilon} \right) \left(\frac{2\lambda'_2 \tilde{k}'}{\varepsilon'} + \frac{2\lambda_2 \tilde{k}}{\varepsilon} \right) \cdot \langle \lambda'_1 \lambda'_2 | \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2 | \lambda_1 \lambda_2 \rangle \right], \quad (7.8a) \end{aligned}$$

$$\langle \lambda'_1 \lambda'_2 p' | U_{vv} | \lambda_1 \lambda_2 p \rangle = g_v^2 \cdot (F_v^2 \mathcal{G})(p', p) \cdot \frac{\epsilon' \epsilon}{4\tilde{m}'\tilde{m}}.$$

$$\begin{aligned} & \cdot \left[\left(\left(\frac{2\lambda'_1 \tilde{k}'}{\epsilon'} + \frac{2\lambda_1 \tilde{k}}{\epsilon} \right) \left(1 + \frac{4\lambda'_2 \lambda_2 \tilde{k}' \tilde{k}}{\epsilon' \epsilon} \right) + \frac{1}{\mu_v^2} \left((p'^0 - p^0) \left(\frac{2\lambda'_1 \tilde{k}'}{\epsilon'} + \frac{2\lambda_1 \tilde{k}}{\epsilon} \right) - \right. \right. \right. \\ & \quad \left. \left. \left. - (2\lambda'_1 k' - 2\lambda_1 k) \left(1 + \frac{4\lambda'_1 \lambda_1 \tilde{k}' \tilde{k}}{\epsilon' \epsilon} \right) \right) \left((p'^0 - p^0) \left(1 + \frac{4\lambda'_2 \lambda_2 \tilde{k}' \tilde{k}}{\epsilon' \epsilon} \right) - \right. \right. \right. \\ & \quad \left. \left. \left. - (2\lambda'_2 k' - 2\lambda_2 k) \left(\frac{2\lambda'_2 \tilde{k}'}{\epsilon'} + \frac{2\lambda_2 \tilde{k}}{\epsilon} \right) \right) \right) \right] \cdot \langle \lambda'_1 \lambda'_2 | 1 | \lambda_1 \lambda_2 \rangle - \\ & - \left(1 + \frac{4\lambda'_1 \lambda_1 \tilde{k}' \tilde{k}}{\epsilon' \epsilon} \right) \left(\frac{2\lambda'_2 \tilde{k}'}{\epsilon'} + \frac{2\lambda_2 \tilde{k}}{\epsilon} \right) \cdot \langle \lambda'_1 \lambda'_2 | \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2 | \lambda_1 \lambda_2 \rangle \Big], \quad (7.8b) \end{aligned}$$

$$\langle \lambda'_1 \lambda'_2 p' | W_{vv} | \lambda_1 \lambda_2 p \rangle = g_v^2 \cdot (F_v^2 \mathcal{G})(p', p) \cdot \frac{\epsilon' \epsilon}{4\tilde{m}'\tilde{m}}.$$

$$\begin{aligned} & \cdot \left[\left(\left(\frac{2\lambda'_1 \tilde{k}'}{\epsilon'} + \frac{2\lambda_1 \tilde{k}}{\epsilon} \right) \left(\frac{2\lambda'_2 \tilde{k}'}{\epsilon'} + \frac{2\lambda_2 \tilde{k}}{\epsilon} \right) + \frac{1}{\mu_v^2} \left((p'^0 - p^0) \left(\frac{2\lambda'_1 \tilde{k}'}{\epsilon'} + \frac{2\lambda_1 \tilde{k}}{\epsilon} \right) - \right. \right. \right. \\ & \quad \left. \left. \left. - (2\lambda'_1 k' - 2\lambda_1 k) \left(1 + \frac{4\lambda'_1 \lambda_1 \tilde{k}' \tilde{k}}{\epsilon' \epsilon} \right) \right) \left((p'^0 - p^0) \left(\frac{2\lambda'_2 \tilde{k}'}{\epsilon'} + \frac{2\lambda_2 \tilde{k}}{\epsilon} \right) - \right. \right. \right. \\ & \quad \left. \left. \left. - (2\lambda'_2 k' - 2\lambda_2 k) \left(1 + \frac{4\lambda'_2 \lambda_2 \tilde{k}' \tilde{k}}{\epsilon' \epsilon} \right) \right) \right) \right] \cdot \langle \lambda'_1 \lambda'_2 | 1 | \lambda_1 \lambda_2 \rangle - \\ & - \left(1 + \frac{4\lambda'_1 \lambda_1 \tilde{k}' \tilde{k}}{\epsilon' \epsilon} \right) \left(1 + \frac{4\lambda'_2 \lambda_2 \tilde{k}' \tilde{k}}{\epsilon' \epsilon} \right) \cdot \langle \lambda'_1 \lambda'_2 | \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2 | \lambda_1 \lambda_2 \rangle \Big], \quad (7.8c) \end{aligned}$$

$$\langle \lambda'_1 \lambda'_2 p' | Z_{vv} | \lambda_1 \lambda_2 p \rangle = \langle \lambda'_1 \lambda'_2 p' | V_{vv} | \lambda_1 \lambda_2 p \rangle. \quad (7.8d)$$

Für die entsprechenden Matrixelemente des gemischten Terms erhält man:

$$\begin{aligned}
\langle \lambda'_1 \lambda'_2 p' | V_{vt} | \lambda_1 \lambda_2 p \rangle = & \left(\frac{f_v g_v}{2m_0} \right) \cdot (F_v^2 \mathcal{G})(p', p) \cdot \frac{\epsilon' \epsilon}{4\tilde{m}' \tilde{m}} \cdot \\
& \cdot \left[\left(- \left(1 + \frac{4\lambda'_1 \lambda_1 \tilde{k}' \tilde{k}}{\epsilon' \epsilon} \right) (2\lambda'_2 k' - 2\lambda_2 k) \left(\frac{2\lambda'_2 \tilde{k}'}{\epsilon'} - \frac{2\lambda_2 \tilde{k}}{\epsilon} \right) - \right. \right. \\
& - (2\lambda'_1 k' + 2\lambda_1 k) \left(\frac{2\lambda'_1 \tilde{k}'}{\epsilon'} + \frac{2\lambda_1 \tilde{k}}{\epsilon} \right) \left(1 - \frac{4\lambda'_2 \lambda_2 \tilde{k}' \tilde{k}}{\epsilon' \epsilon} \right) - \\
& - (2\lambda'_1 k' - 2\lambda_1 k) \left(\frac{2\lambda'_1 \tilde{k}'}{\epsilon'} - \frac{2\lambda_1 \tilde{k}}{\epsilon} \right) \left(1 + \frac{4\lambda'_2 \lambda_2 \tilde{k}' \tilde{k}}{\epsilon' \epsilon} \right) - \\
& - \left(1 - \frac{4\lambda'_1 \lambda_1 \tilde{k}' \tilde{k}}{\epsilon' \epsilon} \right) (2\lambda'_2 k' + 2\lambda_2 k) \left(\frac{2\lambda'_2 \tilde{k}'}{\epsilon'} + \frac{2\lambda_2 \tilde{k}}{\epsilon} \right) \Bigg) \cdot \langle \lambda'_1 \lambda'_2 | 1 | \lambda_1 \lambda_2 \rangle + \\
& \left(\left(\frac{2\lambda'_1 \tilde{k}'}{\epsilon'} + \frac{2\lambda_1 \tilde{k}}{\epsilon} \right) \left((p'^0 - p^0) \left(\frac{2\lambda'_2 \tilde{k}'}{\epsilon'} - \frac{2\lambda_2 \tilde{k}}{\epsilon} \right) - (2\lambda'_2 k' + 2\lambda_2 k) \cdot \right. \right. \\
& \cdot \left. \left(1 - \frac{4\lambda'_2 \lambda_2 \tilde{k}' \tilde{k}}{\epsilon' \epsilon} \right) \right) + \left((p'^0 - p^0) \left(\frac{2\lambda'_1 \tilde{k}'}{\epsilon'} - \frac{2\lambda_1 \tilde{k}}{\epsilon} \right) - (2\lambda'_1 k' + 2\lambda_1 k) \cdot \right. \\
& \cdot \left. \left(1 - \frac{4\lambda'_1 \lambda_1 \tilde{k}' \tilde{k}}{\epsilon' \epsilon} \right) \right) \left(\frac{2\lambda'_2 \tilde{k}'}{\epsilon'} + \frac{2\lambda_2 \tilde{k}}{\epsilon} \right) \Bigg) \cdot \langle \lambda'_1 \lambda'_2 | \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2 | \lambda_1 \lambda_2 \rangle \Bigg], \quad (7.9a)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\langle \lambda'_1 \lambda'_2 p' | U_{vt} | \lambda_1 \lambda_2 p \rangle = & \left(\frac{f_v g_v}{2m_0} \right) \cdot (F_v^2 \mathcal{G})(p', p) \cdot \frac{\epsilon' \epsilon}{4\tilde{m}' \tilde{m}} \cdot \\
& \cdot \left[\left(- \left(\frac{2\lambda'_1 \tilde{k}'}{\epsilon'} + \frac{2\lambda_1 \tilde{k}}{\epsilon} \right) (2\lambda'_2 k' - 2\lambda_2 k) \left(\frac{2\lambda'_2 \tilde{k}'}{\epsilon'} - \frac{2\lambda_2 \tilde{k}}{\epsilon} \right) - \right. \right. \\
& - (2\lambda'_1 k' - 2\lambda_1 k) \left(1 - \frac{4\lambda'_1 \lambda_1 \tilde{k}' \tilde{k}}{\epsilon' \epsilon} \right) \left(1 + \frac{4\lambda'_2 \lambda_2 \tilde{k}' \tilde{k}}{\epsilon' \epsilon} \right) - \\
& - (2\lambda'_1 k' + 2\lambda_1 k) \left(1 + \frac{4\lambda'_1 \lambda_1 \tilde{k}' \tilde{k}}{\epsilon' \epsilon} \right) \left(1 - \frac{4\lambda'_2 \lambda_2 \tilde{k}' \tilde{k}}{\epsilon' \epsilon} \right) - \\
& - \left(\frac{2\lambda'_1 \tilde{k}'}{\epsilon'} - \frac{2\lambda_1 \tilde{k}}{\epsilon} \right) (2\lambda'_2 k' + 2\lambda_2 k) \left(\frac{2\lambda'_2 \tilde{k}'}{\epsilon'} + \frac{2\lambda_2 \tilde{k}}{\epsilon} \right) \Bigg) \cdot \langle \lambda'_1 \lambda'_2 | 1 | \lambda_1 \lambda_2 \rangle +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left((p'^0 - p^0) \left(\left(1 + \frac{4\lambda'_1 \lambda_1 \tilde{k}' \tilde{k}}{\varepsilon' \varepsilon} \right) \left(\frac{2\lambda'_2 \tilde{k}'}{\varepsilon'} - \frac{2\lambda_2 \tilde{k}}{\varepsilon} \right) + \left(1 - \frac{4\lambda'_1 \lambda_1 \tilde{k}' \tilde{k}}{\varepsilon' \varepsilon} \right) \right. \right. \\
& \cdot \left. \left(\frac{2\lambda'_2 \tilde{k}'}{\varepsilon'} + \frac{2\lambda_2 \tilde{k}}{\varepsilon} \right) \right) - \left(1 + \frac{4\lambda'_1 \lambda_1 \tilde{k}' \tilde{k}}{\varepsilon' \varepsilon} \right) (2\lambda'_2 k' + 2\lambda_2 k) \left(1 - \frac{4\lambda'_2 \lambda_2 \tilde{k}' \tilde{k}}{\varepsilon' \varepsilon} \right) - \\
& - (2\lambda'_1 k' + 2\lambda_1 k) \left(\frac{2\lambda'_1 \tilde{k}'}{\varepsilon'} - \frac{2\lambda_1 \tilde{k}}{\varepsilon} \right) \left(\frac{2\lambda'_2 \tilde{k}'}{\varepsilon'} + \frac{2\lambda_2 \tilde{k}}{\varepsilon} \right) \Bigg) \cdot \\
& \cdot \left[\langle \lambda'_1 \lambda'_2 | \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2 | \lambda_1 \lambda_2 \rangle \right], \quad (7.9b)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\langle \lambda'_1 \lambda'_2 p' | W_{vt} | \lambda_1 \lambda_2 p \rangle = & \left(\frac{f_v g_v}{2m_0} \right) \cdot (F_v^2 \mathcal{G})(p', p) \cdot \frac{\varepsilon' \varepsilon}{4\tilde{m}' \tilde{m}} \cdot \\
& \cdot \left[\left(\left(\frac{2\lambda'_1 \tilde{k}'}{\varepsilon'} + \frac{2\lambda_1 \tilde{k}}{\varepsilon} \right) (2\lambda'_2 k' - 2\lambda_2 k) \left(1 - \frac{4\lambda'_2 \lambda_2 \tilde{k}' \tilde{k}}{\varepsilon' \varepsilon} \right) + \right. \right. \\
& + (2\lambda'_1 k' + 2\lambda_1 k) \left(1 + \frac{4\lambda'_1 \lambda_1 \tilde{k}' \tilde{k}}{\varepsilon' \varepsilon} \right) \left(\frac{2\lambda'_2 \tilde{k}'}{\varepsilon'} - \frac{2\lambda_2 \tilde{k}}{\varepsilon} \right) - \\
& - (2\lambda'_1 k' - 2\lambda_1 k) \left(1 - \frac{4\lambda'_1 \lambda_1 \tilde{k}' \tilde{k}}{\varepsilon' \varepsilon} \right) \left(\frac{2\lambda'_2 \tilde{k}'}{\varepsilon'} + \frac{2\lambda_2 \tilde{k}}{\varepsilon} \right) - \\
& - \left. \left(\frac{2\lambda'_1 \tilde{k}'}{\varepsilon'} - \frac{2\lambda_1 \tilde{k}}{\varepsilon} \right) (2\lambda'_2 k' + 2\lambda_2 k) \left(1 + \frac{4\lambda'_2 \lambda_2 \tilde{k}' \tilde{k}}{\varepsilon' \varepsilon} \right) \right) \cdot \langle \lambda'_1 \lambda'_2 | 1 | \lambda_1 \lambda_2 \rangle + \\
& + \left((p'^0 - p^0) \left(- \left(1 + \frac{4\lambda'_1 \lambda_1 \tilde{k}' \tilde{k}}{\varepsilon' \varepsilon} \right) \left(1 - \frac{4\lambda'_2 \lambda_2 \tilde{k}' \tilde{k}}{\varepsilon' \varepsilon} \right) + \left(1 - \frac{4\lambda'_1 \lambda_1 \tilde{k}' \tilde{k}}{\varepsilon' \varepsilon} \right) \right. \right. \\
& \cdot \left. \left(1 + \frac{4\lambda'_2 \lambda_2 \tilde{k}' \tilde{k}}{\varepsilon' \varepsilon} \right) \right) + \left(1 + \frac{4\lambda'_1 \lambda_1 \tilde{k}' \tilde{k}}{\varepsilon' \varepsilon} \right) (2\lambda'_2 k' + 2\lambda_2 k) \left(\frac{2\lambda'_2 \tilde{k}'}{\varepsilon'} - \frac{2\lambda_2 \tilde{k}}{\varepsilon} \right) - \\
& - (2\lambda'_1 k' + 2\lambda_1 k) \left(\frac{2\lambda'_1 \tilde{k}'}{\varepsilon'} - \frac{2\lambda_1 \tilde{k}}{\varepsilon} \right) \left(1 + \frac{4\lambda'_2 \lambda_2 \tilde{k}' \tilde{k}}{\varepsilon' \varepsilon} \right) \Bigg) \cdot \\
& \cdot \left[\langle \lambda'_1 \lambda'_2 | \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2 | \lambda_1 \lambda_2 \rangle \right], \quad (7.9c)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\langle \lambda'_1 \lambda'_2 p' | Z_{vt} | \lambda_1 \lambda_2 p \rangle = & \left(\frac{f_v g_v}{2m_0} \right) \cdot (F_v^2 \mathcal{G})(p', p) \cdot \frac{\varepsilon' \varepsilon}{4\tilde{m}'\tilde{m}} \cdot \\
& \cdot \left[\left(- \left(1 + \frac{4\lambda'_1 \lambda_1 \tilde{k}' \tilde{k}}{\varepsilon' \varepsilon} \right) (2\lambda'_2 k' - 2\lambda_2 k) \left(\frac{2\lambda'_2 \tilde{k}'}{\varepsilon'} - \frac{2\lambda_2 \tilde{k}}{\varepsilon} \right) - \right. \right. \\
& - (2\lambda'_1 k' + 2\lambda_1 k) \left(\frac{2\lambda'_1 \tilde{k}'}{\varepsilon'} + \frac{2\lambda_1 \tilde{k}}{\varepsilon} \right) \left(1 - \frac{4\lambda'_2 \lambda_2 \tilde{k}' \tilde{k}}{\varepsilon' \varepsilon} \right) + \\
& + (2\lambda'_1 k' - 2\lambda_1 k) \left(\frac{2\lambda'_1 \tilde{k}'}{\varepsilon'} - \frac{2\lambda_1 \tilde{k}}{\varepsilon} \right) \left(1 + \frac{4\lambda'_2 \lambda_2 \tilde{k}' \tilde{k}}{\varepsilon' \varepsilon} \right) + \\
& + \left(1 - \frac{4\lambda'_1 \lambda_1 \tilde{k}' \tilde{k}}{\varepsilon' \varepsilon} \right) (2\lambda'_2 k' + 2\lambda_2 k) \left(\frac{2\lambda'_2 \tilde{k}'}{\varepsilon'} + \frac{2\lambda_2 \tilde{k}}{\varepsilon} \right) \Big) \cdot \langle \lambda'_1 \lambda'_2 | 1 | \lambda_1 \lambda_2 \rangle + \\
& \left(\left(\frac{2\lambda'_1 \tilde{k}'}{\varepsilon'} + \frac{2\lambda_1 \tilde{k}}{\varepsilon} \right) \left((p^0 - p^0) \left(\frac{2\lambda'_2 \tilde{k}'}{\varepsilon'} - \frac{2\lambda_2 \tilde{k}}{\varepsilon} \right) - (2\lambda'_2 k' + 2\lambda_2 k) \cdot \right. \right. \\
& \cdot \left. \left(1 - \frac{4\lambda'_2 \lambda_2 \tilde{k}' \tilde{k}}{\varepsilon' \varepsilon} \right) \right) + \left(-(p^0 - p^0) \left(\frac{2\lambda'_1 \tilde{k}'}{\varepsilon'} - \frac{2\lambda_1 \tilde{k}}{\varepsilon} \right) + (2\lambda'_1 k' + 2\lambda_1 k) \cdot \right. \\
& \cdot \left. \left. \left(1 - \frac{4\lambda'_1 \lambda_1 \tilde{k}' \tilde{k}}{\varepsilon' \varepsilon} \right) \right) \left(\frac{2\lambda'_2 \tilde{k}'}{\varepsilon'} + \frac{2\lambda_2 \tilde{k}}{\varepsilon} \right) \right) \cdot \langle \lambda'_1 \lambda'_2 | \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2 | \lambda_1 \lambda_2 \rangle \Big], \quad (7.9d)
\end{aligned}$$

Die entsprechenden Ausdrücke für den reinen Ableitungskopplungsterm lauten:

$$\begin{aligned}
\langle \lambda'_1 \lambda'_2 p' | V_{tt} | \lambda_1 \lambda_2 p \rangle = & \left(\frac{f_v}{2m_0} \right)^2 \cdot (F_v^2 \mathcal{G})(p', p) \cdot \frac{\varepsilon' \varepsilon}{4\tilde{m}'\tilde{m}} \cdot \\
& \cdot \left[\left(\left(\frac{2\lambda'_1 \tilde{k}'}{\varepsilon'} - \frac{2\lambda_1 \tilde{k}}{\varepsilon} \right) \left(\frac{2\lambda'_2 \tilde{k}'}{\varepsilon'} - \frac{2\lambda_2 \tilde{k}}{\varepsilon} \right) (2\lambda'_1 k' - 2\lambda_1 k)(2\lambda'_2 k' - 2\lambda_2 k) + \right. \right. \\
& + \left(1 - \frac{4\lambda'_1 \lambda_1 \tilde{k}' \tilde{k}}{\varepsilon' \varepsilon} \right) \left(1 - \frac{4\lambda'_2 \lambda_2 \tilde{k}' \tilde{k}}{\varepsilon' \varepsilon} \right) (-k'^2 - k^2 - 2 \cdot (4\lambda'_1 \lambda_1 + \lambda'_2 \lambda_2) k' k) + \\
& + (p^0 - p^0)(2\lambda'_1 k' + 2\lambda_1 k) \left(\frac{2\lambda'_1 \tilde{k}'}{\varepsilon'} - \frac{2\lambda_1 \tilde{k}}{\varepsilon} \right) \left(1 - \frac{4\lambda'_2 \lambda_2 \tilde{k}' \tilde{k}}{\varepsilon' \varepsilon} \right) +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (p'^0 - p^0)(2\lambda'_2 k' + 2\lambda_2 k) \left(\frac{2\lambda'_2 \tilde{k}'}{\varepsilon'} - \frac{2\lambda_2 \tilde{k}}{\varepsilon} \right) \left(1 - \frac{4\lambda'_1 \lambda_1 \tilde{k}' \tilde{k}}{\varepsilon' \varepsilon} \right) \cdot \\
& \cdot \langle \lambda'_1 \lambda'_2 | 1 | \lambda_1 \lambda_2 \rangle + \\
& + \left(-(p'^0 - p^0)^2 \left(\frac{2\lambda'_1 \tilde{k}'}{\varepsilon'} - \frac{2\lambda_1 \tilde{k}}{\varepsilon} \right) \left(\frac{2\lambda'_2 \tilde{k}'}{\varepsilon'} - \frac{2\lambda_2 \tilde{k}}{\varepsilon} \right) - \right. \\
& - (2\lambda'_1 k' + 2\lambda_1 k)(2\lambda'_2 k' + 2\lambda_2 k) \left(1 - \frac{4\lambda'_1 \lambda_1 \tilde{k}' \tilde{k}}{\varepsilon' \varepsilon} \right) \left(1 - \frac{4\lambda'_2 \lambda_2 \tilde{k}' \tilde{k}}{\varepsilon' \varepsilon} \right) + \\
& + (p'^0 - p^0) \left(\frac{2\lambda'_1 \tilde{k}'}{\varepsilon'} - \frac{2\lambda_1 \tilde{k}}{\varepsilon} \right) (2\lambda'_2 k' + 2\lambda_2 k) \left(1 - \frac{4\lambda'_2 \lambda_2 \tilde{k}' \tilde{k}}{\varepsilon' \varepsilon} \right) + \\
& \left. (p'^0 - p^0) \left(\frac{2\lambda'_2 \tilde{k}'}{\varepsilon'} - \frac{2\lambda_2 \tilde{k}}{\varepsilon} \right) (2\lambda'_1 k' + 2\lambda_1 k) \left(1 - \frac{4\lambda'_1 \lambda_1 \tilde{k}' \tilde{k}}{\varepsilon' \varepsilon} \right) \right) \cdot \\
& \cdot \langle \lambda'_1 \lambda'_2 | \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2 | \lambda_1 \lambda_2 \rangle + \\
& + \left(1 - \frac{4\lambda'_1 \lambda_1 \tilde{k}' \tilde{k}}{\varepsilon' \varepsilon} \right) \left(1 - \frac{4\lambda'_2 \lambda_2 \tilde{k}' \tilde{k}}{\varepsilon' \varepsilon} \right) (2k' k) \cos \vartheta \cdot \langle \lambda'_1 \lambda'_2 | 1 | \lambda_1 \lambda_2 \rangle \Big], \quad (7.10a)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\langle \lambda'_1 \lambda'_2 p' | U_{tt} | \lambda_1 \lambda_2 p \rangle &= \left(\frac{fv}{2m_0} \right)^2 \cdot (F_v^2 \mathcal{G})(p', p) \cdot \frac{\varepsilon' \varepsilon}{4\tilde{m}' \tilde{m}} \cdot \\
& \cdot \left[\left((2\lambda'_1 k' - 2\lambda_1 k) \left(1 - \frac{4\lambda'_1 \lambda_1 \tilde{k}' \tilde{k}}{\varepsilon' \varepsilon} \right) (2\lambda'_2 k' - 2\lambda_2 k) \left(\frac{2\lambda'_2 \tilde{k}'}{\varepsilon'} - \frac{2\lambda_2 \tilde{k}}{\varepsilon} \right) + \right. \right. \\
& + (k'^2 + k^2) \left(\frac{2\lambda'_1 \tilde{k}'}{\varepsilon'} - \frac{2\lambda_1 \tilde{k}}{\varepsilon} \right) \left(1 - \frac{4\lambda'_2 \lambda_2 \tilde{k}' \tilde{k}}{\varepsilon' \varepsilon} \right) + \left(\frac{2\lambda'_1 \tilde{k}'}{\varepsilon'} - \frac{2\lambda_1 \tilde{k}}{\varepsilon} \right) \cdot \\
& \cdot \left(1 - \frac{4\lambda'_2 \lambda_2 \tilde{k}' \tilde{k}}{\varepsilon' \varepsilon} \right) + \left(\frac{2\lambda'_1 \tilde{k}'}{\varepsilon'} - \frac{2\lambda_1 \tilde{k}}{\varepsilon} \right) (2\lambda'_2 k' - 2\lambda_2 k) \cdot \\
& \left. \left. \cdot \left((p'^0 - p^0) \left(\frac{2\lambda'_2 \tilde{k}'}{\varepsilon'} - \frac{2\lambda_2 \tilde{k}}{\varepsilon} \right) - (2\lambda'_2 k' + 2\lambda_2 k) \left(1 - \frac{4\lambda'_2 \lambda_2 \tilde{k}' \tilde{k}}{\varepsilon' \varepsilon} \right) \right) + \right. \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left((p'^0 - p^0) \left(1 - \frac{4\lambda'_1 \lambda_1 \tilde{k}' \tilde{k}}{\varepsilon' \varepsilon} \right) - (2\lambda'_1 k' + 2\lambda_1 k) \left(\frac{2\lambda'_1 \tilde{k}'}{\varepsilon'} - \frac{2\lambda_1 \tilde{k}}{\varepsilon} \right) \right) \cdot \\
& \cdot (2\lambda'_1 k' + 2\lambda_1 k) \left(1 - \frac{4\lambda'_2 \lambda_2 \tilde{k}' \tilde{k}}{\varepsilon' \varepsilon} \right) \Bigg) < \lambda'_1 \lambda'_2 | 1 | \lambda_1 \lambda_2 > + \\
& + \left(\left(-(p'^0 - p^0) \left(1 - \frac{4\lambda'_1 \lambda_1 \tilde{k}' \tilde{k}}{\varepsilon' \varepsilon} \right) + (2\lambda'_1 k' + 2\lambda_1 k) \left(\frac{2\lambda'_1 \tilde{k}'}{\varepsilon'} - \frac{2\lambda_1 \tilde{k}}{\varepsilon} \right) \right) \cdot \right. \\
& \cdot \left. \left((p'^0 - p^0) \left(\frac{2\lambda'_2 \tilde{k}'}{\varepsilon'} - \frac{2\lambda_2 \tilde{k}}{\varepsilon} \right) - (2\lambda'_2 k' + 2\lambda_2 k) \left(1 - \frac{4\lambda'_2 \lambda_2 \tilde{k}' \tilde{k}}{\varepsilon' \varepsilon} \right) \right) \right) \cdot \\
& < \lambda'_1 \lambda'_2 | \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2 | \lambda_1 \lambda_2 > + 2k' k \left(\frac{2\lambda'_1 \tilde{k}'}{\varepsilon'} - \frac{2\lambda_1 \tilde{k}}{\varepsilon} \right) \left(1 - \frac{4\lambda'_2 \lambda_2 \tilde{k}' \tilde{k}}{\varepsilon' \varepsilon} \right) \cdot \\
& \cdot \cos \vartheta < \lambda'_1 \lambda'_2 | 1 | \lambda_1 \lambda_2 > \Bigg], \quad (7.10b)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
< \lambda'_1 \lambda'_2 p' | W_{tt} | \lambda_1 \lambda_2 p > &= \left(\frac{fv}{2m_0} \right)^2 \cdot (F_v^2 \mathcal{G})(p', p) \cdot \frac{\varepsilon' \varepsilon}{4\tilde{m}' \tilde{m}} \cdot \\
& \cdot \left[\left(-(2\lambda'_1 k' - 2\lambda_1 k) \left(1 - \frac{4\lambda'_1 \lambda_1 \tilde{k}' \tilde{k}}{\varepsilon' \varepsilon} \right) (2\lambda'_2 k' - 2\lambda_2 k) \left(1 - \frac{4\lambda'_2 \lambda_2 \tilde{k}' \tilde{k}}{\varepsilon' \varepsilon} \right) - \right. \right. \\
& - (k'^2 + k^2) \left(\frac{2\lambda'_1 \tilde{k}'}{\varepsilon'} - \frac{2\lambda_1 \tilde{k}}{\varepsilon} \right) \left(\frac{2\lambda'_2 \tilde{k}'}{\varepsilon'} - \frac{2\lambda_2 \tilde{k}}{\varepsilon} \right) + \left. \left(\frac{2\lambda'_1 \tilde{k}'}{\varepsilon'} - \frac{2\lambda_1 \tilde{k}}{\varepsilon} \right) \cdot \right. \\
& \cdot (2\lambda'_2 k' + 2\lambda_2 k) \left(-(p'^0 - p^0) \left(1 - \frac{4\lambda'_2 \lambda_2 \tilde{k}' \tilde{k}}{\varepsilon' \varepsilon} \right) + (2\lambda'_2 k' + 2\lambda_2 k) \cdot \right. \\
& \cdot \left. \left. \left(\frac{2\lambda'_2 \tilde{k}'}{\varepsilon'} - \frac{2\lambda_2 \tilde{k}}{\varepsilon} \right) \right) + \left(-(p'^0 - p^0) \left(1 - \frac{4\lambda'_1 \lambda_1 \tilde{k}' \tilde{k}}{\varepsilon' \varepsilon} \right) + (2\lambda'_1 k' + 2\lambda_1 k) \cdot \right. \right. \\
& \cdot \left. \left. \left(\frac{2\lambda'_1 \tilde{k}'}{\varepsilon'} - \frac{2\lambda_1 \tilde{k}}{\varepsilon} \right) \right) (2\lambda'_1 k' + 2\lambda_1 k) \left(\frac{2\lambda'_2 \tilde{k}'}{\varepsilon'} - \frac{2\lambda_2 \tilde{k}}{\varepsilon} \right) \right) \cdot < \lambda'_1 \lambda'_2 | 1 | \lambda_1 \lambda_2 > + \\
& \left(\left(-(p'^0 - p^0) \left(1 - \frac{4\lambda'_1 \lambda_1 \tilde{k}' \tilde{k}}{\varepsilon' \varepsilon} \right) + (2\lambda'_1 k' + 2\lambda_1 k) \left(\frac{2\lambda'_1 \tilde{k}'}{\varepsilon'} - \frac{2\lambda_1 \tilde{k}}{\varepsilon} \right) \right) \cdot \right.
\end{aligned}$$

$$\left(-(p'^0 - p^0) \left(1 - \frac{4\lambda'_2 \lambda_2 \tilde{k}' \tilde{k}}{\varepsilon' \varepsilon} \right) + (2\lambda'_2 k' + 2\lambda_2 k) \left(\frac{2\lambda'_2 \tilde{k}'}{\varepsilon'} - \frac{2\lambda_2 \tilde{k}}{\varepsilon} \right) \right) \cdot$$

$$\cdot < \lambda'_1 \lambda'_2 | \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2 | \lambda_1 \lambda_2 > -$$

$$- 2k' k \left(\frac{2\lambda'_1 \tilde{k}'}{\varepsilon'} - \frac{2\lambda_1 \tilde{k}}{\varepsilon} \right) \left(\frac{2\lambda'_2 \tilde{k}'}{\varepsilon'} - \frac{2\lambda_2 \tilde{k}}{\varepsilon} \right) \cdot \cos \vartheta \cdot < \lambda'_1 \lambda'_2 | 1 | \lambda_1 \lambda_2 > \Big], \quad (7.10c)$$

$$< \lambda'_1 \lambda'_2 p' | Z_{tt} | \lambda_1 \lambda_2 p > = - < \lambda'_1 \lambda'_2 p' | V_{tt} | \lambda_1 \lambda_2 p > . \quad (7.10d)$$

Für $\Sigma(p) = 0$, $p^0 = E(k)$ und $p'^0 = E(k')$ stimmen die Nukleon-Nukleon Matrixelemente $< \lambda'_1 \lambda'_2 p' | V_\alpha | \lambda_1 \lambda_2 p >$ mit den von Erkelenz [Er74] angegebenen Ausdrücken überein. Diese Übereinstimmung ist im Falle der Matrixelemente V_{vt} und V_{tt} nicht unmittelbar erkennbar. Der Grund dafür ist, daß die Berechnung dieser Ausdrücke in der Vakuumbasis durch eine Gordonzerlegung vereinfacht werden kann. Die entsprechende Gordonzerlegung führt im Fall der selbstkonsistenten Basis jedoch nicht zum Ziel¹⁾.

7.3 Die Partialwellenentwicklung der Nukleon-Nukleon Matrixelemente

Die Zustände $|\hat{p}, \lambda_1 \lambda_2 >$ werden nun nach Drehimpulseigenfunktionen entwickelt. Es gilt [JW59] :

$$|\hat{p}, \lambda_1 \lambda_2 > = \frac{1}{2\pi} \sum_{j,m} \sqrt{2j+1} D_{m,\lambda}^j(\varphi, \vartheta, -\varphi) |j m, \lambda_1 \lambda_2 > . \quad (7.11)$$

Mit:

$$\lambda \equiv \lambda_1 - \lambda_2 .$$

Beachtet man, daß aufgrund der Drehinvarianz des Systems

¹⁾ Die Übereinstimmung der entsprechenden Ausdrücke wurde mit Hilfe des Formelmanipulationsprogramms "Reduce" [He73] nachgeprüft.

$$\langle \lambda'_1 \lambda'_2, j' m' | V(p', p) | \lambda_1 \lambda_2, j m \rangle =$$

$$= \delta_{j'j} \delta_{m'm} \langle \lambda'_1 \lambda'_2 | V^j(p'^0 k', p^0 k) | \lambda_1 \lambda_2 \rangle$$

gilt, so erhält man somit folgende Darstellung ([Er74]) :

$$\langle \lambda'_1 \lambda'_2 p' | V | \lambda_1 \lambda_2 p \rangle = \frac{1}{4\pi} \sum_j (2j+1) d_{\lambda\lambda'}^j(\vartheta) \langle \lambda'_1 \lambda'_2 | V^j(p'^0 k', p^0 k) | \lambda_1 \lambda_2 \rangle. \quad (7.12)$$

Mit:

$$\lambda = \lambda_1 - \lambda_2, \quad \lambda' = \lambda'_1 - \lambda'_2.$$

Durch die spezielle Wahl der Achsen ¹⁾ wird gewährleistet, daß alle Koeffizienten in der Entwicklung (7.12) reell sind. Die Drehmatrixelemente $d_{\lambda\lambda'}^j$ können mit Hilfe eines von Jacob und Wick [JW59] angegebenen Gleichungssystems explizit berechnet werden. Es ergibt sich (vgl. [Er74]) :

$$d_{00}^j(\vartheta) = P_j(\cos \vartheta), \quad (7.13a)$$

$$\sin \vartheta d_{10}^j(\vartheta) = \frac{\sqrt{j(j+1)}}{2j+1} (P_{j+1}(\cos \vartheta) - P_{j-1}(\cos \vartheta)), \quad (7.13b)$$

$$d_{01}^j(\vartheta) = -d_{10}^j(\vartheta), \quad (7.13c)$$

$$(1 + \cos \vartheta) d_{11}^j(\vartheta) = \frac{j+1}{2j+1} P_{j-1}(\cos \vartheta) + P_j(\cos \vartheta) + \frac{j}{2j+1} P_{j+1}(\cos \vartheta), \quad (7.13d)$$

$$(1 - \cos \vartheta) d_{1-1}^j(\vartheta) = \frac{j+1}{2j+1} P_{j-1}(\cos \vartheta) - P_j(\cos \vartheta) + \frac{j}{2j+1} P_{j+1}(\cos \vartheta), \quad (7.13e)$$

$$d_{-11}^j(\vartheta) = d_{1-1}^j(\vartheta), \quad (7.13f)$$

Mit $P_j(x)$ werden die Legendrepolynome bezeichnet.

Die Drehmatrixelemente erfüllen folgende Orthogonalitätsrelation [Ros57]:

$$\int_{-1}^1 d_{\lambda\lambda'}^j(\vartheta) d_{\lambda\lambda'}^{j'}(\vartheta) d \cos \vartheta = \frac{2}{2j+1} \delta_{jj'}. \quad (7.14)$$

¹⁾ Vgl. Abschnitt 7.1.

Mit Hilfe von Gleichung (7.14) kann man somit die Partialwellenamplituden V^j aus den Matrixelementen (7.4)–(7.10) berechnen. Es ergibt sich:

$$\langle \lambda'_1 \lambda'_2 | V^j(p'^0 k', p^0 k) | \lambda_1 \lambda_2 \rangle = 2\pi \int_{-1}^1 \langle \lambda'_1 \lambda'_2 p' | V | \lambda_1 \lambda_2 p \rangle \cdot d_{\lambda\lambda'}^j(\vartheta) d \cos \vartheta. \quad (7.15)$$

Zur Auswertung von Gleichung (7.15) muß man daher lediglich eine Winkelintegration durchführen.

Um eine von der verwendeten Kopplungsart weitgehend unabhängige Darstellung der Partialwellenamplituden zu erhalten, spalten wir die Potentialmatrixelemente in folgender Weise auf¹⁾:

$$\begin{aligned} \langle \lambda'_1 \lambda'_2 | V_\alpha^j(p'^0 k', p^0 k) | \lambda_1 \lambda_2 \rangle = & \frac{1}{\tilde{m}'\tilde{m}} \cdot \\ & \cdot [F_\alpha(\lambda'_1 \lambda'_2, \lambda_1 \lambda_2; p'^0 k', p^0 k) \cdot \langle \lambda'_1 \lambda'_2 | f_\alpha^j | \lambda_1 \lambda_2 \rangle + \\ & + G_\alpha(\lambda'_1 \lambda'_2, \lambda_1 \lambda_2; p'^0 k', p^0 k) \cdot \langle \lambda'_1 \lambda'_2 | g_\alpha^j | \lambda_1 \lambda_2 \rangle + \\ & + H_\alpha(\lambda'_1 \lambda'_2, \lambda_1 \lambda_2; p'^0 k', p^0 k) \cdot \langle \lambda'_1 \lambda'_2 | h_\alpha^j | \lambda_1 \lambda_2 \rangle]. \end{aligned} \quad (7.16)$$

Mit:

$$\langle \lambda'_1 \lambda'_2 | f_\alpha^j | \lambda_1 \lambda_2 \rangle := 2\pi \int_{-1}^1 \langle \lambda'_1 \lambda'_2 | 1 | \lambda_1 \lambda_2 \rangle (F_\alpha^2 \mathcal{G})(p', p) d_{\lambda\lambda'}^j(\vartheta) d \cos \vartheta, \quad (7.17a)$$

$$\langle \lambda'_1 \lambda'_2 | g_\alpha^j | \lambda_1 \lambda_2 \rangle := 2\pi \int_{-1}^1 \langle \lambda'_1 \lambda'_2 | \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2 | \lambda_1 \lambda_2 \rangle (F_\alpha^2 \mathcal{G})(p', p) d_{\lambda\lambda'}^j(\vartheta) d \cos \vartheta, \quad (7.17b)$$

¹⁾ Die Darstellung (7.16) kann in unveränderter Form auch für die Nukleon–Antinukleon Matrixelemente des Potentials verwendet werden.

$$< \lambda'_1 \lambda'_2 | h_\alpha^j | \lambda_1 \lambda_2 > :=$$

$$:= 2\pi \int_{-1}^1 \cos \vartheta < \lambda'_1 \lambda'_2 | 1 | \lambda_1 \lambda_2 > (F_\alpha^2 \mathcal{G})(p', p) d_{\lambda\lambda'}^j(\vartheta) d \cos \vartheta, \quad (7.17c)$$

In den Koeffizienten F_α , G_α und H_α werden jeweils alle vom Winkel ϑ unabhängigen Beiträge zusammengefaßt. Die in den Gleichungen (7.17a)–(7.17e) enthaltenen Winkelintegrationen können mit Hilfe der Rekursionsformel für Legendrepolynome auf einige elementare Integrale zurückgeführt werden [Er74]. Hierbei ist es zweckmäßig folgende Abkürzungen einzuführen:

$$\tilde{Q}_j(z_\alpha; p'^0 k', p^0 k) := \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \frac{P_j(\cos \vartheta) F_\alpha^2(p', p)}{z_\alpha - \cos \vartheta} d \cos \vartheta, \quad (7.18a)$$

$$R_j(p'^0 k', p^0 k) := \frac{1}{2} \int_{-1}^1 P_j(\cos \vartheta) F_\alpha^2(p', p) d \cos \vartheta, \quad (7.18b)$$

$$\tilde{Q}_j^{(1)}(z_\alpha; p'^0 k', p^0 k) := z_\alpha \tilde{Q}_j(z_\alpha; p'^0 k', p^0 k) - R_j(p'^0 k', p^0 k), \quad (7.18c)$$

$$\begin{aligned} \tilde{Q}_j^{(2)}(z_\alpha; p'^0 k', p^0 k) &:= \frac{1}{j+1} \left[j z_\alpha \tilde{Q}_j(z_\alpha; p'^0 k', p^0 k) - \right. \\ &\quad \left. - j R_j(p'^0 k', p^0 k) + \tilde{Q}_{j-1}(z_\alpha; p'^0 k', p^0 k) \right] \quad j \geq 1, \end{aligned} \quad (7.18d)$$

$$\begin{aligned} \tilde{Q}_j^{(3)}(z_\alpha; p'^0 k', p^0 k) &:= \sqrt{\frac{j}{j+1}} \left[z_\alpha \tilde{Q}_j(z_\alpha; p'^0 k', p^0 k) - \right. \\ &\quad \left. - R_j(p'^0 k', p^0 k) - \tilde{Q}_{j-1}(z_\alpha; p'^0 k', p^0 k) \right] \quad j \geq 1, \end{aligned} \quad (7.18e)$$

$$S_j(p'^0 k', p^0 k) := \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \cos \vartheta P_j(\cos \vartheta) F_\alpha^2(p', p) d \cos \vartheta, \quad (7.18f)$$

$$\tilde{Q}_j^{(4)}(z_\alpha; p'^0 k', p^0 k) := z_\alpha \tilde{Q}_j^{(1)}(z_\alpha; p'^0 k', p^0 k) - S_j(p'^0 k', p^0 k), \quad (7.18g)$$

$$\tilde{Q}_j^{(5)}(z_\alpha; p'^0 k', p^0 k) := \frac{1}{j+1} \left[j \tilde{Q}_j^{(4)}(z_\alpha; p'^0 k', p^0 k) + \tilde{Q}_{j-1}^{(1)}(z_\alpha; p'^0 k', p^0 k) \right] \quad j \geq 1, \quad (7.18h)$$

$$\tilde{Q}_j^{(6)}(z_\alpha; p'^0 k', p^0 k) := \frac{1}{2} \sqrt{\frac{j}{j+1}} \left[\tilde{Q}_j^{(4)}(z_\alpha; p'^0 k', p^0 k) - \tilde{Q}_j^{(1)}(z_\alpha; p'^0 k', p^0 k) \right] \quad j \geq 1. \quad (7.18i)$$

Mit:

$$z_\alpha := \frac{k'^2 + k^2 - (p'^0 - p^0)^2 + \mu_\alpha^2}{2k'k}.$$

Die Bezeichnungen wurden so gewählt, daß die Funktionen $\tilde{Q}_j$ bzw. $\tilde{Q}_j^{(i)}$ für $F_\alpha \equiv 1$ mit den von Erkelenz [Er74] definierten Funktionen Q_j bzw. $Q_j^{(i)}$ übereinstimmen. Hierbei ist zu beachten, daß in diesem Spezialfall

$$\begin{aligned} R_j(p'^0 k', p^0 k) &= \delta_{j,0}, \\ S_j(p'^0 k', p^0 k) &= \delta_{j,1} \end{aligned}$$

gilt.

Die Winkelmatrixelemente (7.17) können nun durch die Funktionen (7.18a)–(7.18i) ausgedrückt werden. Die entsprechenden Ausdrücke sind in Anhang B Gleichung (B.2)–(B.4) zusammengestellt.

Man prüft leicht nach, daß für die Matrixelemente $\langle \lambda'_1 \lambda'_2 | V^j(p'^0 k', p^0 k) | \lambda_1 \lambda_2 \rangle$ folgende Symmetrieverhältnisse gelten (vgl. [Er74])¹⁾:

$$\langle \lambda'_1 \lambda'_2 | V^j(p'^0 k', p^0 k) | \lambda_1 \lambda_2 \rangle =$$

$$\langle -\lambda'_1 -\lambda'_2 | V^j(p'^0 k', p^0 k) | -\lambda_1 -\lambda_2 \rangle, \quad (7.19a)$$

¹⁾ Gleichung (7.19a) beinhaltet die Paritätserhaltung, (7.19b) die Spinerhaltung und (7.19c) die Zeitumkehrinvarianz.

$$< \lambda'_1 \lambda'_2 | V^j(p'^0 k', p^0 k) | \lambda_1 \lambda_2 > =$$

$$< \lambda'_2 \lambda'_1 | V^j(p'^0 k', p^0 k) | \lambda_2 \lambda_1 >, \quad (7.19b)$$

$$< \lambda'_1 \lambda'_2 | V^j(p'^0 k', p^0 k) | \lambda_1 \lambda_2 > =$$

$$< \lambda'_1 \lambda'_2 | V^j(p^0 k, p'^0 k') | \lambda_1 \lambda_2 >. \quad (7.19c)$$

Aus den Beziehungen (7.19a) und (7.19b) folgt unmittelbar, daß von den 16 Matricelementen $< \lambda'_1 \lambda'_2 | V^j(p'^0 k', p^0 k) | \lambda_1 \lambda_2 >$ nur 6 voneinander unabhängig sind. Die Matricelemente werden daher üblicherweise durch folgende Linearkombinationen ausgedrückt [Er74] :

$${}^0V_{\alpha}^j(p'^0 k', p^0 k) = < + + | V_{\alpha}^j(p'^0 k', p^0 k) | + + > -$$

$$- < + + | V_{\alpha}^j(p'^0 k', p^0 k) | - - >, \quad (7.20a)$$

$${}^{12}V_{\alpha}^j(p'^0 k', p^0 k) = < + + | V_{\alpha}^j(p'^0 k', p^0 k) | + + > +$$

$$+ < + + | V_{\alpha}^j(p'^0 k', p^0 k) | - - >, \quad (7.20b)$$

$${}^1V_{\alpha}^j(p'^0 k', p^0 k) = < + - | V_{\alpha}^j(p'^0 k', p^0 k) | + - > -$$

$$- < + - | V_{\alpha}^j(p'^0 k', p^0 k) | - + >, \quad (7.20c)$$

$${}^3V_\alpha^j(p'^0 k', p^0 k) = \langle + - | V_\alpha^j(p'^0 k', p^0 k) | + - \rangle +$$

$$+ \langle + - | V_\alpha^j(p'^0 k', p^0 k) | - + \rangle, \quad (7.20d)$$

$${}^5V_\alpha^j(p'^0 k', p^0 k) = \langle + + | V_\alpha^j(p'^0 k', p^0 k) | + - \rangle, \quad (7.20e)$$

$${}^6V_\alpha^j(p'^0 k', p^0 k) = \langle + - | V_\alpha^j(p'^0 k', p^0 k) | + + \rangle. \quad (7.20f)$$

Für $j = 0$ sind natürlich nur die Amplituden ${}^0V^j$ und ${}^{12}V^j$ von Null verschieden. Die entsprechenden Ausdrücke für die verschiedenen Kopplungsformen können nunmehr durch direktes Einsetzen der Gleichungen (7.4a)–(7.10a) in (7.16) bzw. (7.20) berechnet werden. Z.B. erhält man für die Matrixelemente von V_s :

$${}^0V_s^j = g_s^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[-(\tilde{m}'\tilde{m} + W'W) \frac{\tilde{Q}_j}{k'k} + \tilde{k}'\tilde{k} \frac{\tilde{Q}_j^{(1)}}{k'k} \right], \quad (7.21a)$$

$${}^{12}V_s^j = g_s^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[\tilde{k}'\tilde{k} - (\tilde{m}'\tilde{m} + W'W) \frac{\tilde{Q}_j^{(1)}}{k'k} \right], \quad (7.21b)$$

$${}^1V_s^j = g_s^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[-(\tilde{m}'\tilde{m} + W'W) \frac{\tilde{Q}_j}{k'k} + \tilde{k}'\tilde{k} \frac{\tilde{Q}_j^{(2)}}{k'k} \right], \quad (7.21c)$$

$${}^{34}V_s^j = g_s^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[\tilde{k}'\tilde{k} \frac{\tilde{Q}_j}{k'k} - (\tilde{m}'\tilde{m} + W'W) \frac{\tilde{Q}_j^{(2)}}{k'k} \right], \quad (7.21d)$$

$${}^5V_s^j = g_s^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[(\tilde{m}W' + \tilde{m}'W) \frac{\tilde{Q}_j^{(3)}}{k'k} \right], \quad (7.21e)$$

$${}^6V_s^j = g_s^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[(\tilde{m}W' + \tilde{m}'W) \frac{\tilde{Q}_j^{(3)}}{k'k} \right]. \quad (7.21f)$$

Man prüft leicht nach, daß sich die Gleichungen (7.21a-f) im Spezialfall $\Sigma = 0$, $p^0 = E(k)$ und $p'^0 = E(k')$ auf die entsprechenden von Erkelenz angegebenen Ausdrücke reduzieren.

Die Partialwellenamplituden für die übrigen Kopplungsformen können in völlig analoger Weise berechnet werden. Die Ergebnisse sind in Anhang B zusammengestellt.

7.4 Die Partialwellenentwicklung der Nukleon-Antinukleon Matrizelemente

Die wesentlichen Schritte zur Herleitung der Partialwellenentwicklung der gemischten Nukleon-Antinukleon Matrizelemente des Potentials stimmen mit dem im letzten Abschnitt dargestellten Verfahren überein. Da der Winkelanteil der Spinoren in beiden Fällen identisch ist, ist die Entwicklung (7.12) bzw. (7.15) unverändert anwendbar. Unterschiede ergeben sich nur bezüglich der Invarianzeigenschaften der Partialwellenamplituden. Da die gemischten Teilchen-Antiteilchen Matrizelemente geringere Symmetrien als die Teilchen-Teilchen Matrizelemente aufweisen, kann die Zahl der unabhängigen Komponenten nicht so stark reduziert werden. Als einzige Symmetrierelation für die Matrizelemente $\langle \lambda'_1 \lambda'_2 | U^j | \lambda_1 \lambda_2 \rangle$ bzw.

$\langle \lambda'_1 \lambda'_2 | W^j | \lambda_1 \lambda_2 \rangle$ erhält man¹⁾:

$$\begin{aligned} \langle \lambda'_1 \lambda'_2 | U^j(p^0 k', p^0 k) | \lambda_1 \lambda_2 \rangle = \\ = - \langle -\lambda'_1 - \lambda'_2 | U^j(p^0 k', p^0 k) | -\lambda_1 - \lambda_2 \rangle, \end{aligned} \quad (7.22)$$

$$\begin{aligned} \langle \lambda'_1 \lambda'_2 | W^j(p^0 k', p^0 k) | \lambda_1 \lambda_2 \rangle = \\ = \langle -\lambda'_1 - \lambda'_2 | W^j(p^0 k', p^0 k) | -\lambda_1 - \lambda_2 \rangle, \end{aligned} \quad (7.23)$$

Für die Matrizelemente $\langle \lambda'_1 \lambda'_2 | Z^j | \lambda_1 \lambda_2 \rangle$ gelten dagegen dieselben Symmetrierelationen wie für die Teilchen-Teilchen Matrizelemente (siehe Gleichung (7.19a-c)). Es gibt daher je 8 voneinander unabhängige Matrizelemente U^j und W^j und 6 voneinander unabhängige Matrizelemente von Z^j . In Analogie zu den Gleichungen (7.20a-f) wählen wir folgende Linearkombinationen zur Darstellung der Matrizelemente von U^j :

¹⁾ Die Gleichungen (7.22) und (7.23) können leicht direkt nachgeprüft werden.

$${}^0U_{\alpha}^j(p'^0 k', p^0 k) = \langle ++ | U_{\alpha}^j(p'^0 k', p^0 k) | ++ \rangle -$$

$$- \langle ++ | U_{\alpha}^j(p'^0 k', p^0 k) | -- \rangle, \quad (7.24a)$$

$${}^{12}U_{\alpha}^j(p'^0 k', p^0 k) = \langle ++ | U_{\alpha}^j(p'^0 k', p^0 k) | ++ \rangle +$$

$$+ \langle ++ | U_{\alpha}^j(p'^0 k', p^0 k) | -- \rangle, \quad (7.24b)$$

$${}^1U_{\alpha}^j(p'^0 k', p^0 k) = \langle +- | U_{\alpha}^j(p'^0 k', p^0 k) | +- \rangle -$$

$$- \langle +- | U_{\alpha}^j(p'^0 k', p^0 k) | -+ \rangle, \quad (7.24c)$$

$${}^{34}U_{\alpha}^j(p'^0 k', p^0 k) = \langle +- | U_{\alpha}^j(p'^0 k', p^0 k) | +- \rangle +$$

$$+ \langle +- | U_{\alpha}^j(p'^0 k', p^0 k) | -+ \rangle, \quad (7.24d)$$

$${}^3U_{\alpha}^j(p'^0 k', p^0 k) = \langle +- | U_{\alpha}^j(p'^0 k', p^0 k) | ++ \rangle -$$

$$- \langle +- | U_{\alpha}^j(p'^0 k', p^0 k) | -- \rangle, \quad (7.24e)$$

$${}^{56}U_{\alpha}^j(p'^0 k', p^0 k) = \langle +- | U_{\alpha}^j(p'^0 k', p^0 k) | ++ \rangle +$$

$$+ \langle +- | U_{\alpha}^j(p'^0 k', p^0 k) | -- \rangle, \quad (7.24f)$$

$${}^5U_\alpha^j(p'^0 k', p^0 k) = \langle ++ | U_\alpha^j(p'^0 k', p^0 k) | +- \rangle -$$

$$- \langle ++ | U_\alpha^j(p'^0 k', p^0 k) | -+ \rangle, \quad (7.24g)$$

$${}^7{}^8U_\alpha^j(p'^0 k', p^0 k) = \langle ++ | U_\alpha^j(p'^0 k', p^0 k) | +- \rangle +$$

$$+ \langle ++ | U_\alpha^j(p'^0 k', p^0 k) | -+ \rangle, \quad (7.24h)$$

Für die 8 unabhängigen Komponenten von W^j wählen wir dieselbe Indizierungsweise wie in Gleichung (7.24a-h). Zur Vereinheitlichung der Schreibweise werden auch für die 6 unabhängigen Matricelemente Z^j die Bezeichnungen (7.24a-h) verwendet. In diesem Fall gilt natürlich ${}^3Z_\alpha^j = {}^5Z_\alpha^j = 0$.

Die Partialwellenamplituden für die verschiedenen Kopplungsarten können nun mit dem im letzten Abschnitt dargestellten Verfahren berechnet werden. Für die Wechselwirkung mit Mesonen mit skalarer Kopplung erhält man:

$${}^0U_s^j = g_s^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[-\tilde{k}'W \frac{\tilde{Q}_j}{k'k} + \tilde{k}W' \frac{\tilde{Q}_j^{(1)}}{k'k} \right], \quad (7.25a)$$

$${}^{12}U_s^j = g_s^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[\tilde{k}W' \frac{\tilde{Q}_j}{k'k} - \tilde{k}'W \frac{\tilde{Q}_j^{(1)}}{k'k} \right], \quad (7.25b)$$

$${}^1U_s^j = g_s^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[-\tilde{k}'W \frac{\tilde{Q}_j}{k'k} + \tilde{k}W' \frac{\tilde{Q}_j^{(2)}}{k'k} \right], \quad (7.25c)$$

$${}^{34}U_s^j = g_s^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[\tilde{k}W' \frac{\tilde{Q}_j}{k'k} - \tilde{k}'W \frac{\tilde{Q}_j^{(2)}}{k'k} \right], \quad (7.25d)$$

$${}^3U_s^j = g_s^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[-2\tilde{m}'\tilde{k} \frac{\tilde{Q}_j^{(3)}}{k'k} \right], \quad (7.25e)$$

$${}^{56}U_s^j = g_s^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[2\tilde{m}\tilde{k}' \frac{\tilde{Q}_j^{(3)}}{k'k} \right], \quad (7.25f)$$

$${}^5U_s^j = g_s^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[-2\tilde{m}'\tilde{k} \frac{\tilde{Q}_j^{(3)}}{k'k} \right], \quad (7.25g)$$

$${}^{78}U_s^j = g_s^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[2\tilde{m}\tilde{k}' \frac{\tilde{Q}_j^{(3)}}{k'k} \right]. \quad (7.25h)$$

Bzw.:

$${}^0W_s^j = g_s^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[(W'W - \tilde{m}'\tilde{m}) \frac{\tilde{Q}_j}{k'k} - \tilde{k}'\tilde{k} \frac{\tilde{Q}_j^{(1)}}{k'k} \right], \quad (7.26a)$$

$${}^{12}W_s^j = g_s^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[-\tilde{k}'\tilde{k} \frac{\tilde{Q}_j}{k'k} + (W'W - \tilde{m}'\tilde{m}) \frac{\tilde{Q}_j^{(1)}}{k'k} \right], \quad (7.26b)$$

$${}^1W_s^j = g_s^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[-(W'W - \tilde{m}'\tilde{m}) \frac{\tilde{Q}_j}{k'k} + \tilde{k}'\tilde{k} \frac{\tilde{Q}_j^{(2)}}{k'k} \right], \quad (7.26c)$$

$${}^{34}W_s^j = g_s^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[\tilde{k}'\tilde{k} \frac{\tilde{Q}_j}{k'k} - (W'W - \tilde{m}'\tilde{m}) \frac{\tilde{Q}_j^{(2)}}{k'k} \right], \quad (7.26d)$$

$${}^3W_2^j = 0, \quad (7.26e)$$

$${}^{56}W_s^j = g_s^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[2(\tilde{m}W' - \tilde{m}'W) \frac{\tilde{Q}_j^{(3)}}{k'k} \right], \quad (7.26f)$$

$${}^5W_s^j = 0, \quad (7.26g)$$

$${}^{78}W_s^j = g_s^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[-2(\tilde{m}W' - \tilde{m}'W) \frac{\tilde{Q}_j^{(3)}}{k'k} \right]. \quad (7.26f)$$

7.5 Der Isospinanteil der Matricelemente

Wenden wir uns nun dem Isospinanteil der Matricelemente zu. Die Nukleonen- und Antinukleonenspinoren können als Tensorprodukt des Diracanteils mit dem Isospinanteil geschrieben werden. Wir definieren:

$$\Phi_{\lambda,\tau}(p) := \Phi_{\lambda}(p) \otimes |\tau\rangle, \quad (7.27a)$$

$$\Theta_{\lambda,\tau}(p) := \Theta_{\lambda}(p) \otimes |\tau\rangle. \quad (7.27b)$$

Wegen der Isospinunabhängigkeit der Kernkraft ist es günstig, die Zweiteilchenzustände zu Eigenzuständen des Gesamtisospinoperators $T \equiv T^{(1)} + T^{(2)}$ zu koppeln:

$$|\Phi_{\lambda_1}(p_1), \Phi_{\lambda_2}(p_2), T\tau\rangle := \sum_{\tau_1, \tau_2} \begin{pmatrix} t_1 & t_2 \\ \tau_1 & \tau_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T \\ \tau \end{pmatrix} |\Phi_{\lambda_1, \tau_1}, \Phi_{\lambda_2, \tau_2}\rangle. \quad (7.28)$$

Da der Isospinanteil der Teilchen-Anteilchenzustände mit dem der Teilchen-Teilchenzustände übereinstimmt¹⁾, beschränken wir uns im folgenden auf die Teilchen-Teilchen Matricelemente des Potentials. Es gilt:

$$\langle \lambda'_1 \lambda'_2, T' \tau', p' | V | \lambda_1 \lambda_2, T \tau, p \rangle = \delta_{T', T} \delta_{\tau', \tau} \langle \lambda'_1 \lambda'_2, p' | V^T | \lambda_1 \lambda_2, p \rangle. \quad (7.29)$$

Die Potentialmatricelemente für die isoskalaren Mesonen und die Isovektormesonen können somit mit elementarer Drehimpulsalgebra aus den in den letzten Abschnitten abgeleiteten Ausdrücken berechnet werden. Man erhält:

$$\langle \lambda'_1 \lambda'_2, p' | V_{\alpha s}^T | \lambda_1 \lambda_2, p \rangle = \langle \lambda'_1 \lambda'_2, p' | V_{\alpha} | \lambda_1 \lambda_2, p \rangle, \quad (7.30a)$$

$$\langle \lambda'_1 \lambda'_2, p' | V_{\alpha v}^T | \lambda_1 \lambda_2, p \rangle = (4T - 3) \cdot \langle \lambda'_1 \lambda'_2, p' | V_{\alpha} | \lambda_1 \lambda_2, p \rangle, \quad (7.30b)$$

Die Matricelemente des Gesamtpotentials können wieder als Summe über die verschiedenen Mesonenbeiträge geschrieben werden.

¹⁾ Man beachte jedoch die unterschiedliche Interpretation der Zustände $|\tau\rangle$ für Teilchen und Antiteilchen ([Pil79]): Proton und Antineutron haben $\tau = +1/2$, während Neutron und Antiproton jeweils $\tau = -1/2$ haben.

8. Kapitel Die Partialwellenentwicklung der T-Matrix

Mit Hilfe der Partialwellenentwicklung gelingt es, die Gleichungssysteme für die T-Matrixkomponenten wesentlich zu vereinfachen. Im ersten Teil dieses Kapitels werden die hierzu erforderlichen Näherungen besprochen und Gleichungssysteme für die Partialwellenamplituden abgeleitet. Im zweiten Teil wird dann eine Darstellung der Matrixelemente $\Sigma_{\phi\phi}$, $\Sigma_{\theta\phi}$ und $\Sigma_{\theta\theta}$ entwickelt.

8.1 Die Gleichungssysteme für die Komponenten der T-Matrix

Nimmt man an, daß die T-Matrixelemente (6.4) nur von den Relativimpulsen und dem Betrag des Schwerpunktimpulses abhängen, so kann man eine zu (7.12) analoge Entwicklung durchführen (vgl.: [Er74]):

$$\begin{aligned} < \lambda'_1 \lambda'_2 p' | \tilde{T}_P^T | \lambda_1 \lambda_2 p > = \\ &= \sum_j \frac{2j+1}{4\pi} d_{\lambda'_1 \lambda'_2}^j(\vartheta) < \lambda'_1 \lambda'_2 | \tilde{T}^{j,T}(P^0 K; p'^0 k', p^0 k) | \lambda_1 \lambda_2 > . \end{aligned} \quad (8.1)$$

Die Partialwellenentwicklungen der Komponenten R , S , P und A sind hierzu völlig analog. Ferner gelten für die T-Matrixelemente dieselben Symmetriebeziehungen wie für die entsprechenden Matrixelemente des Potentials¹⁾. Eine Ausnahme hiervon bilden nur die Matrixelemente P^j . Während die korrespondierenden Potentialmatrixelemente Z^j die Symmetrierelationen (7.19a-c) erfüllen, gilt für P^j nur folgende Invarianzbeziehung:

$$\begin{aligned} < \lambda'_1 \lambda'_2 | P^j(p^0 K; p'^0 k', p^0 k) | \lambda_1 \lambda_2 > = \\ &= < -\lambda'_1 - \lambda'_2 | P^j(P^0 K; p'^0 k', p^0 k) | -\lambda_1 - \lambda_2 > . \end{aligned}$$

¹⁾ Zum Beweis betrachte man z.B. die Entwicklung der T-Matrix in eine Störungsreihe.

Entsprechend gibt es 8 voneinander unabhängige Matrixelemente von P^j .

Betrachten wir nun zunächst die Gleichung (6.5a) für die Nukleon-Nukleon Komponente der T-Matrix. Für die Zustände $|j m, \lambda_1 \lambda_2 >$ gelten folgende Vollständigkeitsrelationen [JW59]:

$$\sum_{j,m} \langle \hat{p} \lambda_1 \lambda_2 | j m, \lambda_1 \lambda_2 \rangle \langle j m, \lambda_1 \lambda_2 | \hat{p}' \lambda_1 \lambda_2 \rangle = \delta(\Omega - \Omega'), \quad (8.2)$$

$$\int \langle j m, \lambda_1 \lambda_2 | \lambda_1 \lambda_2 \hat{p} \rangle \langle \lambda_1 \lambda_2 \hat{p} | j' m', \lambda_1 \lambda_2 \rangle d\Omega = \delta_{j,j'} \delta_{m,m'}. \quad (8.3)$$

Gleichung (6.5a) kann mit Hilfe der Beziehungen (8.2) und (8.3) auf folgende Form gebracht werden:

$$\langle \lambda'_1 \lambda'_2 | \hat{T}^{j,T}(P^0 K; p'^0 k', p^0 k) | \lambda_1 \lambda_2 \rangle = \langle \lambda'_1 \lambda'_2 | V^{j,T}(p'^0 k', p^0 k) | \lambda_1 \lambda_2 \rangle +$$

$$+ \frac{1}{(2\pi)^3} \sum_{j',m'} \iint \langle \lambda'_1 \lambda'_2 | V^{j',T}(p'^0 k', p''^0 k'') | \lambda_3 \lambda_4 \rangle \cdot$$

$$\cdot \langle j m, \lambda_3 \lambda_4 | \lambda_3 \lambda_4, \vec{p}'' \rangle \Lambda(\vec{P}/2 + \vec{p}'', \vec{P}/2 - \vec{p}'', P^0).$$

$$\cdot \langle \lambda_3 \lambda_4 \hat{p}'' | j' m', \lambda_3 \lambda_4 \rangle \langle \lambda_3 \lambda_4 | \hat{T}^{j',T}(P^0 K; p''^0 k'', p'^0 k') | \lambda_1 \lambda_2 \rangle d\Omega'' k''^2 dk''. \quad (8.4)$$

Da der Propagator im allgemeinen vom Winkel zwischen $\vec{P}$ und $\vec{p}''$ abhängt, stellt (8.4) ein gekoppeltes Gleichungssystem für die Komponenten T^j dar. Wir ersetzen den Propagator Λ daher durch den winkelgemittelten Propagator $\bar{\Lambda}^1$. Mit:

$$\bar{\Lambda}(k''; P^0, K) := \frac{1}{4\pi} \int \Lambda(\vec{P}/2 + \vec{p}'', \vec{P}/2 - \vec{p}'', P^0) d\Omega''.$$

Man kann zeigen, daß der Einfluß dieser Näherung auf das Ergebnis in guter Näherung vernachlässigt werden kann ([Er74], [Wei66]). Somit kann die Winkelintegration in Gleichung (8.4) ausgeführt werden und man erhält wegen (8.3) ein entkoppeltes Gleichungssystem:

¹⁾ Die Winkelmittlung des Propagators steht im engen Zusammenhang mit der Annahme, daß T vom Winkel zwischen $\vec{p}$ und $\vec{P}$ unabhängig ist.

$$\begin{aligned}
& < \lambda'_1 \lambda'_2 | \tilde{T}^{j,T}(P^0 K; p'^0 k', p^0 k) | \lambda_1 \lambda_2 > = < \lambda'_1 \lambda'_2 | V^{j,T}(p'^0 k', p^0 k) | \lambda_1 \lambda_2 > + \\
& + \frac{1}{(2\pi)^3} \int_0^\infty < \lambda'_1 \lambda'_2 | V^{j,T}(p'^0 k', p''^0 k'') | \lambda_3 \lambda_4 > \tilde{\Lambda}(k''; P^0, K) \cdot \\
& \cdot < \lambda_3 \lambda_4 | \tilde{T}^{j,T}(P^0 K; p''^0 k'', p'^0 k') | \lambda_1 \lambda_2 > k''^2 dk''. \quad (8.4)
\end{aligned}$$

Die Gleichungen für die Komponenten R^j , S^j , P^j und A^j können in völlig analoger Weise hergeleitet werden.

Die 6 voneinander unabhängigen Linearkombinationen von $< \lambda'_1 \lambda'_2 | T^j | \lambda_1 \lambda_2 >$ werden entsprechend Gleichung (7.20) gebildet. Für die je 8 voneinander unabhängigen Matrixelemente von R^j , S^j , P^j und A^j verwenden wir dieselbe Bezeichnungsweise wie in Gleichung (7.24). Mit Hilfe der Invarianzbeziehungen für die Potentialmatrixelemente kann man nun durch eine elementare Rechnung das Gleichungssystem für diese Komponenten bestimmen. Für die Teilchen-Teilchen Matrixelemente erhält man in abkürzender Schreibweise (vgl. [Er74]):

$${}^0 T^{j,T} = {}^0 V^{j,T} + {}^0 V^{j,T} \bar{\Lambda} {}^0 T^{j,T}, \quad (8.6a)$$

$${}^1 T^{j,T} = {}^1 V^{j,T} + {}^1 V^{j,T} \bar{\Lambda} {}^1 T^{j,T}, \quad (8.6b)$$

$${}^{12} T^{j,T} = {}^{12} V^{j,T} + {}^{12} V^{j,T} \bar{\Lambda} {}^{12} T^{j,T} + 4 {}^5 V^{j,T} \bar{\Lambda} {}^6 T^{j,T}, \quad (8.6c)$$

$${}^6 T^{j,T} = {}^6 V^{j,T} + {}^{34} V^{j,T} \bar{\Lambda} {}^6 T^{j,T} + {}^6 V^{j,T} \bar{\Lambda} {}^{12} T^{j,T}, \quad (8.6d)$$

$${}^{34} T^{j,T} = {}^{34} V^{j,T} + {}^{34} V^{j,T} \bar{\Lambda} {}^{34} T^{j,T} + 4 {}^6 V^{j,T} \bar{\Lambda} {}^5 T^{j,T}, \quad (8.6e)$$

$${}^5 T^{j,T} = {}^5 V^{j,T} + {}^{12} V^{j,T} \bar{\Lambda} {}^5 T^{j,T} + {}^5 V^{j,T} \bar{\Lambda} {}^{34} T^{j,T}. \quad (8.6f)$$

Das Gleichungssystem (8.6) besteht aus zwei ungekoppelten Gleichungen ((8.6a) und (8.6b)) und zwei Paaren gekoppelter Gleichungen ((8.6c) und (8.6d) sowie (8.6e) und (8.6f)).

In analoger Weise kann man die Integralgleichungssysteme für die gemischten Teilchen-Antiteilchen Partialwellenamplituden $A^{j,T}$ herleiten. Es ergibt sich:

$$^{12}A^{j,T} = {}^0U^{j,T} + {}^0V^{j,T} \bar{\Lambda}^{12}A^{j,T}, \quad (8.7a)$$

$$^{34}A^{j,T} = {}^1U^{j,T} + {}^1V^{j,T} \bar{\Lambda}^{34}A^{j,T}, \quad (8.7b)$$

$$^{56}A^{j,T} = {}^5U^{j,T} + {}^1V^{j,T} \bar{\Lambda}^{56}A^{j,T}, \quad (8.7c)$$

$$^{78}A^{j,T} = {}^3U^{j,T} + {}^0V^{j,T} \bar{\Lambda}^{78}A^{j,T}, \quad (8.7d)$$

$${}^0A^{j,T} = {}^{12}U^{j,T} + {}^{12}V^{j,T} \bar{\Lambda}^0A^{j,T} + 2{}^5V^{j,T} \bar{\Lambda}^3A^{j,T}, \quad (8.7e)$$

$${}^3A^{j,T} = {}^{78}U^{j,T} + {}^{34}V^{j,T} \bar{\Lambda}^3A^{j,T} + 2{}^6V^{j,T} \bar{\Lambda}^0A^{j,T}, \quad (8.7f)$$

$${}^1A^{j,T} = {}^{34}U^{j,T} + {}^{34}V^{j,T} \bar{\Lambda}^1A^{j,T} + 2{}^6V^{j,T} \bar{\Lambda}^5A^{j,T}, \quad (8.7g)$$

$${}^5A^{j,T} = {}^{56}U^{j,T} + {}^{12}V^{j,T} \bar{\Lambda}^5A^{j,T} + 2{}^5V^{j,T} \bar{\Lambda}^1A^{j,T}, \quad (8.7h)$$

In diesem Fall hat man also vier ungekoppelte Gleichungen und zwei Paare gekoppelter Gleichungen. Der numerische Aufwand zur Lösung des Integralgleichungssystems (8.7) ist daher nur unwesentlich größer als im Falle des Gleichungssystems (8.6).

Die restlichen benötigten Komponenten der T-Matrix können mit einfacher Quadratur aus $A^{j,T}, T^{j,T}$ und den Potentialmatrixelementen berechnet werden. Es ergeben sich folgende Gleichungen:

$${}^0R^{j,T} = {}^0U^{j,T} + {}^0U^{j,T} \bar{\Lambda}^0T^{j,T}, \quad (8.8a)$$

$$^{12}R^{j,T} = {}^{12}U^{j,T} + {}^{12}U^{j,T} \bar{\Lambda}^{12}T^{j,T} + 2{}^{78}U^{j,T} \bar{\Lambda}^6T^{j,T}, \quad (8.8b)$$

$${}^1R^{j,T} = {}^1U^{j,T} + {}^1U^{j,T} \bar{\Lambda}^1T^{j,T}, \quad (8.8c)$$

$$^{34}R^{j,T} = {}^{34}U^{j,T} + {}^{34}U^{j,T} \bar{\Lambda}^{34}T^{j,T} + 2{}^{56}U^{j,T} \bar{\Lambda}^5T^{j,T}, \quad (8.8d)$$

$${}^3R^{j,T} = {}^3U^{j,T} + {}^3U^{j,T} \bar{\Lambda}^3T^{j,T}, \quad (8.8e)$$

$$^{56}R^{j,T} = {}^{56}U^{j,T} + {}^{56}U^{j,T} \bar{\Lambda}^{56}T^{j,T} + 2{}^{34}U^{j,T} \bar{\Lambda}^6T^{j,T}, \quad (8.8f)$$

$${}^5R^{j,T} = {}^5U^{j,T} + {}^5U^{j,T} \bar{\Lambda}^5T^{j,T}, \quad (8.8g)$$

$${}^{78}R^{j,T} = {}^{78}U^{j,T} + {}^{78}U^{j,T} \bar{\Lambda} {}^{34}T^{j,T} + 2 {}^{12}U^{j,T} \bar{\Lambda} {}^5T^{j,T}. \quad (8.8h)$$

Bzw.:

$${}^0P^{j,T} = {}^0Z^{j,T} + {}^{12}U^{j,T} \bar{\Lambda} {}^0A^{j,T} + {}^{78}U^{j,T} \bar{\Lambda} {}^3A^{j,T}, \quad (8.9a)$$

$${}^{12}P^{j,T} = {}^{12}Z^{j,T} + {}^0U^{j,T} \bar{\Lambda} {}^{12}A^{j,T} + {}^5U^{j,T} \bar{\Lambda} {}^{56}A^{j,T}, \quad (8.9b)$$

$${}^1P^{j,T} = {}^1Z^{j,T} + {}^{34}U^{j,T} \bar{\Lambda} {}^1A^{j,T} + {}^{56}U^{j,T} \bar{\Lambda} {}^5A^{j,T}, \quad (8.9c)$$

$${}^{34}P^{j,T} = {}^{34}Z^{j,T} + {}^1U^{j,T} \bar{\Lambda} {}^{34}A^{j,T} + {}^3U^{j,T} \bar{\Lambda} {}^{78}A^{j,T}, \quad (8.9d)$$

$${}^3P^{j,T} = {}^{34}U^{j,T} \bar{\Lambda} {}^3A^{j,T} + {}^{56}U^{j,T} \bar{\Lambda} {}^0A^{j,T}, \quad (8.9e)$$

$${}^{56}P^{j,T} = {}^{56}Z^{j,T} + {}^1U^{j,T} \bar{\Lambda} {}^{56}A^{j,T} + {}^3U^{j,T} \bar{\Lambda} {}^{12}A^{j,T}, \quad (8.9f)$$

$${}^5P^{j,T} = {}^{12}U^{j,T} \bar{\Lambda} {}^5A^{j,T} + {}^{78}U^{j,T} \bar{\Lambda} {}^1A^{j,T}, \quad (8.9g)$$

$${}^{78}P^{j,T} = {}^{78}Z^{j,T} + {}^0U^{j,T} \bar{\Lambda} {}^{78}A^{j,T} + {}^5U^{j,T} \bar{\Lambda} {}^{34}A^{j,T}. \quad (8.9h)$$

Und:

$${}^0S^{j,T} = {}^0W^{j,T} + {}^{12}U^{j,T} \bar{\Lambda} {}^0A^{j,T} + {}^{78}U^{j,T} \bar{\Lambda} {}^3A^{j,T}, \quad (8.10a)$$

$${}^{12}S^{j,T} = {}^{12}W^{j,T} + {}^0U^{j,T} \bar{\Lambda} {}^{12}A^{j,T} - {}^5U^{j,T} \bar{\Lambda} {}^{56}A^{j,T}, \quad (8.10b)$$

$${}^1S^{j,T} = {}^1W^{j,T} - {}^{34}U^{j,T} \bar{\Lambda} {}^1A^{j,T} - {}^{56}U^{j,T} \bar{\Lambda} {}^5A^{j,T}, \quad (8.10c)$$

$${}^{34}S^{j,T} = {}^{34}W^{j,T} - {}^1U^{j,T} \bar{\Lambda} {}^{34}A^{j,T} + {}^3U^{j,T} \bar{\Lambda} {}^{78}A^{j,T}, \quad (8.10d)$$

$${}^3S^{j,T} = {}^3W^{j,T} + {}^{34}U^{j,T} \bar{\Lambda} {}^3A^{j,T} + {}^{56}U^{j,T} \bar{\Lambda} {}^0A^{j,T}, \quad (8.10e)$$

$${}^{56}S^{j,T} = {}^{56}W^{j,T} - {}^1U^{j,T} \bar{\Lambda} {}^{56}A^{j,T} + {}^3U^{j,T} \bar{\Lambda} {}^{12}A^{j,T}, \quad (8.10f)$$

$${}^5S^{j,T} = {}^5W^{j,T} - {}^{12}U^{j,T} \bar{\Lambda} {}^5A^{j,T} - {}^{78}U^{j,T} \bar{\Lambda} {}^1A^{j,T}, \quad (8.10g)$$

$${}^{78}S^{j,T} = {}^{78}W^{j,T} + {}^0U^{j,T} \bar{\Lambda} {}^{78}A^{j,T} - {}^5U^{j,T} \bar{\Lambda} {}^{34}A^{j,T}. \quad (8.10h)$$

Einzelheiten der numerischen Auswertung von Gleichung (8.6)–(8.10) sind im folgenden Kapitel dargestellt.

8.2 Die Darstellung von $\Sigma_{\phi\phi}$ und $\Sigma_{\theta\theta}$

Aus den T-Matrixelementen in der selbstkonsistenten Teilchen–Antiteilchenbasis kann man die drei Selbstenergiekomponenten $\Sigma_{\phi\phi}$, $\Sigma_{\theta\theta}$ und $\Sigma_{\theta\phi}$ gemäß Gleichung (6.2) berechnen. Setzt man in den Ausdruck für $\Sigma_{\phi\phi}$ die Darstellung (8.1) für die T-Matrix ein und wählt $\lambda = +1/2$, so erhält man zunächst¹⁾:

¹⁾ Man beachte die Phasenkonvention (7.2)!

$$\begin{aligned}
\langle 1/2 \lambda_2, p'' | T^T(P) | 1/2 \lambda_2, p'' \rangle = & \frac{1}{8\pi} \left[\sum_j (2j+1) d_{00}^j(0) \cdot \right. \\
& \cdot ({}^0T^{j,T}(P^0 K; p'' k'', p'' k'') + {}^{12}T^{j,T}(P^0 K; p'' k'', p'' k'')) + \\
& \left. + \sum_{j \geq 1} (2j+1) d_{11}^j(0) ({}^1T^{j,T}(P^0 K; p'' k'', p'' k'') + {}^{34}T^{j,T}(P^0 K; p'' k'', p'' k'')) \right] \\
& , (8.11a)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(-1)^{\frac{1}{2}-\lambda_2} \langle 1/2 \lambda_2, p'' | T^T(P) | \lambda_2 1/2, p'' \rangle = & \frac{1}{8\pi} \left[\sum_j (2j+1) d_{00}^j(\pi) \cdot \right. \\
& \cdot ({}^0T^{j,T}(P^0 K; p'' k'', -p'' k'') + {}^{12}T^{j,T}(P^0 K; p'' k'', -p'' k'')) + \\
& + \sum_{j \geq 1} (2j+1) d_{11}^j(\pi) ({}^1T^{j,T}(P^0 K; p'' k'', -p'' k'') - \\
& \left. - {}^{34}T^{j,T}(P^0 K; p'' k'', -p'' k'')) \right] . \quad (8.11b)
\end{aligned}$$

Mit:

$$p'' \equiv \frac{p-p'}{2} \quad \text{und} \quad P \equiv p+p'.$$

Mit Hilfe der Gleichungen (8.11) kann man den Ausdruck für die Matrixelemente $\Sigma_{\phi\phi}$ auf folgende Form bringen:

$$\begin{aligned}
\Sigma_{\phi\phi}(p^0, k) = & \frac{1}{8(2\pi)^4} \left[\sum_{j,T} (2T+1)(2j+1) \int_{k' \leq k_j} ({}^0T^{j,T}(P^0 K; p'' k'', p'' k'') + \right. \\
& + {}^{12}T^{j,T}(P^0 K; p'' k'', p'' k''))|_{p'^0=\omega_1(k')} \rho_1(k') d^3 \tilde{p}' + \\
& \left. + \sum_{j \geq 1, T} (2T+1)(2j+1) \int_{k' \leq k_j} ({}^1T^{j,T}(P^0 K; p'' k'', p'' k'') + \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + {}^{34}T^{j,T}(P^0 K; p''^0 k'', p''^0 k'') \Big|_{p'^0=\omega_1(k')} \rho_1(k') d^3 \vec{p}' \Big] - \\
& - \frac{1}{8(2\pi)^4} \left[\sum_{j,T} (2T+1)(2j+1)(-1)^j \int_{k' \leq k_f} ({}^0T^{j,T}(P^0 K; p''^0 k'', -p''^0 k'') + \right. \\
& \quad {}^{12}T^{j,T}(P^0 K; p''^0 k'', -p''^0 k'') \Big|_{p'^0=\omega_1(k')} \rho_1(k') d^3 \vec{p}' + \\
& \quad + \sum_{j \geq 1, T} (2T+1)(2j+1)(-1)^{j-1} \int_{k' \leq k_f} ({}^1T^{j,T}(P^0 K; p''^0 k'', -p''^0 k'') - \\
& \quad \left. - {}^{34}T^{j,T}(P^0 K; p''^0 k'', -p''^0 k'') \Big|_{p'^0=\omega_1(k')} \rho_1(k') d^3 \vec{p}' \right]. \quad (8.12)
\end{aligned}$$

Hierbei ist der erste Term der Hartree-Term und der zweite Term der Fock-Term. Der entsprechende Ausdruck für das Matrixelement $\Sigma_{\theta\theta}$ kann in völlig analoger Weise hergeleitet werden. Man erhält:

$$\begin{aligned}
\Sigma_{\theta\theta}(p^0, k) = & \frac{1}{8(2\pi)^4} \left[\sum_{j,T} (2T+1)(2j+1) \int_{k' \leq k_f} ({}^0P^{j,T}(P^0 K; p''^0 k'', p''^0 k'') + \right. \\
& + {}^{12}P^{j,T}(P^0 K; p''^0 k'', p''^0 k'') \Big|_{p'^0=\omega_1(k')} \rho_1(k') d^3 \vec{p}' + \\
& + \sum_{j \geq 1, T} (2T+1)(2j+1) \int_{k' \leq k_f} ({}^1P^{j,T}(P^0 K; p''^0 k'', p''^0 k'') + \\
& \quad \left. + {}^{34}P^{j,T}(P^0 K; p''^0 k'', p''^0 k'') \Big|_{p'^0=\omega_1(k')} \rho_1(k') d^3 \vec{p}' \right] - \\
& - \frac{1}{8(2\pi)^4} \left[\sum_{j,T} (2T+1)(2j+1)(-1)^j \int_{k' \leq k_f} ({}^0S^{j,T}(P^0 K; p''^0 k'', -p''^0 k'') + \right. \\
& \quad \left. {}^{12}S^{j,T}(P^0 K; p''^0 k'', -p''^0 k'') \Big|_{p'^0=\omega_1(k')} \rho_1(k') d^3 \vec{p}' + \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{j \geq 1, T} (2T+1)(2j+1)(-1)^{j-1} \int_{k' \leq k_j} ({}^1 S^{j,T}(P^0 K; p''^0 k'', -p''^0 k'') - \\
& - {}^{34} S^{j,T}(P^0 K; p''^0 k'', -p''^0 k''))|_{p'^0 = \omega_1(k')} \rho_1(k') d^3 \vec{p}' \Big]. \quad (8.13)
\end{aligned}$$

Bei der Brueckner Hartree-Fock Näherung sind die im 6. Kapitel besprochenen Ersetzungen sowohl in den T-Matrix Gleichungen als auch in den Ausdrücken für die Matrixelemente der Selbstenergie vorzunehmen.

9. Kapitel Numerische Auswertung

Zur Durchführung der numerischen Rechnungen standen die Rechenanlagen Cyber 175 und Cyber 875 des Leibniz Rechenzentrums der Bayerischen Akademie der Wissenschaften zur Verfügung. Die Programme wurden in der Programmiersprache FORTRAN 77 geschrieben. In diesem Kapitel werden die wesentlichen Punkte der verwendeten numerischen Verfahren skizziert. Einige technische Einzelheiten sind in Anhang C zusammengestellt.

9.1 Das Selbstkonsistenzverfahren

Zur numerischen Berechnung der Selbstenergie in Λ -Näherung wurde ein ähnliches Selbstkonsistenzverfahren wie bei der Hartree-Fock Näherung durchgeführt (vgl. Kapitel 3). Ausgehend von einer Startnäherung für die Selbstenergie werden zunächst aus den Gleichungen (2.22), (2.21) und (5.17) Näherungen für die drei Komponenten der Nukleonenspektralfunktion $A_s^{(1)}$, $A_v^{(1)}$ und $A_0^{(1)}$, die Energie-Impulsbeziehung $\omega_1(k)$ sowie die Impulsdichtefunktion $\rho_1(k)$ berechnet. Mit diesen Werten werden dann die Potentialmatrixelemente in der selbstkonsistenten Basis bestimmt (Gleichung (7.21), (7.25), (7.26) und (B.6)ff). Anschließend löst man die Gleichungssysteme für die verschiedenen T-Matrixelemente (8.6)–(8.10) und berechnet daraus die Matrixelemente der Selbstenergie in der selbstkonsistenten Teilchen-Antiteilchen Basis (Gleichung (8.12) bzw. (8.13)). Aus den drei Selbstenergiekomponenten $\Sigma_{\phi\phi}$, $\Sigma_{\theta\theta}$ und $\Sigma_{\theta\phi}$ wird schließlich mit Hilfe der Transformationsgleichungen (5.15) eine verbesserte Näherung für Σ_s , Σ_v und Σ_0 bestimmt. Wegen der relativ schwachen Abhängigkeit der Selbstenergie von der Energie erwies es sich als ausreichend, $\partial\Sigma_i/\partial\omega$ durch den Differenzenquotienten zu approximieren:

$$\frac{\partial\Sigma_i}{\partial\omega}(\omega, k) \approx \frac{\Sigma_i(\omega, k) - \Sigma_i(\omega - \Delta\omega, k)}{\Delta\omega}.$$

Für $\Delta\omega$ wurde hierbei ein Wert von 1 MeV gewählt¹⁾. Aus diesen Werten wird dann eine verbesserte Näherung für die Spektralfunktion, die Energie-Impulsbeziehung und die Impulsdichtefunktion $\rho(k)$ berechnet. Dieses Verfahren wurde so lange wiederholt, bis die Selbstenergie sowie die Spektralfunktion und die Energie-Impulsbeziehung bei zwei aufeinanderfolgenden Iterationen auf jeweils fünf gültige Stellen übereinstimmen.

¹⁾ Dieser Wert liegt etwa in der Mitte eines Intervalls, in dem $\partial\Sigma_i/\partial\omega$ von $\Delta\omega$ unabhängig ist.

Es zeigte sich, daß das Konvergenzverhalten dieses Verfahrens durch Anwendung eines Relaxationsverfahrens wesentlich verbessert werden kann. Hierbei setzt man

$$\Sigma_i^{\text{neu}} = \alpha \Sigma_i + (1 - \alpha) \Sigma_i^{\text{alt}}.$$

Bei den übrigen Größen wird völlig analog verfahren. Als günstigster Wert für den Relaxationsfaktor erwies sich der Wert $\alpha = 0.8$. Durch die Verwendung des Relaxationsverfahrens konnte die Zahl der erforderlichen Iterationen um bis zu 50% gesenkt werden und der Konvergenzbereich des Verfahrens wesentlich erweitert werden.

Als besonders kritischer Punkt dieses Selbstkonsistenzverfahrens erwies sich die Berechnung der Selbstenergiekomponente Σ_v . Es zeigte sich, daß diese Komponente in äußerst sensibler Weise von den Matrixelementen $\Sigma_{\phi\phi}$, $\Sigma_{\theta\theta}$ und $\Sigma_{\theta\phi}$ abhängt. Bereits kleine Schwankungen dieser Funktionen im Verlauf des Iterationsverfahrens führen — besonders im Bereich höherer Dichten — zu teilweise erheblichen Änderungen von Σ_v . Die Ursache für dieses Verhalten ist vermutlich in der nichtlinearen Struktur von Gleichung (5.15b) zu suchen. Dieser Effekt führte zu einer drastischen Verschlechterung des Verfahrens. Zur Beseitigung dieser Instabilität erwies sich daher eine weitere Näherung als notwendig. Da die Selbstenergiekomponente Σ_v erfahrungsgemäß einen sehr kleinen Einfluß auf die Endergebnisse hat (vgl. [ACS81a], [Th86]), kann man in guter Näherung $\Sigma_v = 0$ setzen. Erst durch diese Näherung konnte eine zufriedenstellende Konvergenz des Verfahrens erzielt werden.

9.2 Numerische Lösung der T-Matrixgleichungen

Die zur Berechnung der Partialwellenamplituden des Potentials benötigten Funktionen Q_j bzw. $Q_j^{(i)}$ wurden mit einer 12-Punkt Gauß-Legendre Integrationsformel berechnet. Die Werte in der Umgebung der Punkte $k = 0$ und $k' = 0$ werden jeweils durch ein numerisch stabiles Interpolationsverfahren bestimmt (vgl. Gleichung (B.5a-c)).

Zur Vermeidung von Kodierfehlern wurden große Teile des Programms zur Berechnung der Partialwellenamplituden des Potentials mit Hilfe des Formelmanipulationsprogramms "Reduce" [He73] erstellt. Zum Test des Programms und um eine Abschätzung der Konvergenzgeschwindigkeit der Partialwellenentwicklung zu gewinnen, wurde Gleichung (7.12) sowie die analogen Gleichungen für die gemischten Teilchen-Antiteilchen Matrixelemente des Potentials durch eine direkte Vergleichsrechnung nachgeprüft. Bei allen Mesonen mit Ausnahme des Pions zeigte sich bei Berücksichtigung aller Partialwellen mit $j \leq 5$ eine Übereinstimmung mit dem exakten Wert in 4 bis 5 gültigen Stellen. Bei Hinzunahme der Partialwellen bis einschließlich

$j = 9$ erstreckte sich diese Übereinstimmung auf jeweils 9 bis 10 Stellen. Eine weitere Erhöhung der Zahl der Partialwellen führt zu einem raschen Anwachsen des numerischen Fehlers. Bei $j = 11$ stimmt die Partialwellenentwicklung mit dem exakten Wert nur noch in drei bis vier gültigen Stellen überein. Der Grund für das Anwachsen des numerischen Fehlers bei höheren Drehimpulsen ist die rasche Oszillation des Integranden in Gleichung (7.8). Beim π -Meson ist der numerische Fehler wegen der geringeren Masse etwas größer als bei den übrigen Mesonen. Bei Berücksichtigung aller Partialwellen mit $j \leq 9$ ergibt sich in diesem Fall eine Übereinstimmung mit dem exakten Wert in 5 gültigen Stellen. In jedem Fall erscheint eine Approximation durch die Partialwellen mit $j \leq 9$ völlig ausreichend.

Leider liegen für die Rechnung von Erkelenz et al. [EAH71] keine entsprechenden Untersuchungen der numerischen Genauigkeit vor [Ho86], so daß ein Vergleich der verwendeten Verfahren — insbesondere des Beginns der numerischen Instabilität — nicht möglich ist.

Da die numerische Lösung der Integralgleichungssysteme für die T-Matrix erfahrungsgemäß den größten Teil der Rechenzeit beansprucht (vgl. [Web86]), wurde die Möglichkeit des Einsatzes schnellerer Lösungsmethoden untersucht, um die Rechnung im Rahmen der zur Verfügung stehenden Rechenkapazitäten durchführen zu können. Die Integralgleichungen für die T-Matrix in Λ^{00} -, Λ^{10} - und RBHF-Näherung sind im Gegensatz zu den entsprechenden Gleichungen für die freie Nukleon-Nukleon Streuung bzw. die Λ^{11} -Näherung regulär. Es ist daher möglich, Standardmethoden zur Lösung regulärer Integralgleichungssysteme zu verwenden. Für unsere Zwecke erwies sich das sog. Nyström-Verfahren als besonders geeignet [Wi71]. Bei diesem Verfahren wird das Integral auf der rechten Seite von Gleichung (8.6) ect. durch eine geeignete Gaußintegrationsformel approximiert. Setzt man für die Variable k' die Stützstellen dieser Integrationsformel ein, so erhält man ein lineares Gleichungssystem für die Werte ${}^a T^{j,t}(k_m, k)$. Z.B. ergibt sich für die Integralgleichung (8.6a) folgendes Gleichungssystem¹⁾:

$$Q_{nm} T_m = V_n. \quad (9.1a)$$

Mit:

$$\begin{aligned} Q_{nm} &\equiv \delta_{nm} - \frac{1}{(2\pi)^3} {}^0 V^{j,t}(k_n, k_m) \bar{\Lambda}(k_m) k_m^2 w_m, \\ V_n &\equiv {}^0 V^{j,t}(k_n, k), \\ T_n &\equiv {}^0 T^{j,t}(k_n, k). \end{aligned} \quad (9.1b)$$

¹⁾ Alle Variablen außer k' und k sind der Einfachheit halber weggelassen.

Hierbei werden mit k_n und w_n die Stützstellen und Gewichte der N_p -Punkt Gauß-Integrationsformel bezeichnet:

$$\int_0^\infty F(k) dk \approx \sum_{n=1}^{N_p} F(k_n) w_n. \quad (9.2)$$

Bei den gekoppelten Integralgleichungen hat man statt dessen ein Gleichungssystem der Dimension $2N_p \times 2N_p$ zu lösen. Z.B. erhält man für das Gleichungssystem (8.6c-d):

$$Q_{nm} = \delta_{nm} - \frac{1}{(2\pi)^3} {}^{12}V^{j,t}(k_n, k_m) \bar{\Lambda}(k_m) k_m^2 w_m, \quad n, m \in [1, N_p],$$

$$Q_{nm} = -\frac{4}{(2\pi)^3} {}^5V^{j,t}(k_n, k_{m-N_p}) \bar{\Lambda}(k_{m-N_p}) k_{m-N_p}^2 w_{m-N_p},$$

$$n \in [1, N_p], m \in [N_p + 1, 2N_p]$$

$$Q_{nm} = -\frac{1}{(2\pi)^3} {}^6V^{j,t}(k_{n-N_p}, k_m) \bar{\Lambda}(k_m) k_m^2 w_m,$$

$$n \in [N_p + 1, 2N_p], m \in [1, N_p],$$

$$Q_{nm} = \delta_{nm} - \frac{1}{(2\pi)^3} {}^{34}V^{j,t}(k_{n-N_p}, k_{m-N_p}) \bar{\Lambda}(k_{m-N_p}) k_{m-N_p}^2 w_{m-N_p},$$

$$n, m \in [N_p + 1, 2N_p],$$

$$T_n = \begin{cases} {}^{12}T^{j,t}(k_n, k) & \text{für } n \in [1, N_p], \\ {}^6T^{j,t}(k_{n-N_p}, k) & \text{für } n \in [N_p + 1, 2N_p], \end{cases}$$

$$V_n = \begin{cases} {}^{12}V^{j,t}(k_n, k) & \text{für } n \in [1, N_p], \\ {}^6V^{j,t}(k_{n-N_p}, k) & \text{für } n \in [N_p + 1, 2N_p], \end{cases}$$

Nach dem Lösen der entsprechenden linearen Gleichungssysteme werden die Funktionswerte ${}^\alpha T^{j,t}(k', k)$ durch kubische Splineinterpolation aus den Werten ${}^\alpha T^{j,t}(k_n, k)$ berechnet. Die entsprechenden Gleichungen für die Komponenten ${}^\alpha A^{j,t}(k', k)$ können

in völlig analoger Weise gelöst werden. Zur Berechnung der restlichen Matrixelemente ist dann nur noch je eine Matrixmultiplikation erforderlich.

Bei Vernachlässigung des Effekts der Mesonenretardierung in den Potentialmatrixelementen genügt es, die Matrix ${}^{\alpha}V^{j,t}(k_n, k_m)$ nur je einmal pro Iteration zu berechnen. Da die zur Lösung der linearen Gleichungssysteme benötigte Rechenzeit gegenüber der zur Berechnung der "Potentialmatrix" erforderlichen Rechenzeit kaum ins Gewicht fällt, läßt sich dadurch eine Rechenzeiterparnis um etwa den Faktor 50 erzielen¹⁾. Da der Bedarf an Rechenzeit bei Mitberücksichtigung der Mesonenretardierung die zur Verfügung stehenden Rechenkapazitäten bei weitem übersteigt, wurden diese Retardierungseffekte bei allen durchgeführten Rechnungen vernachlässigt²⁾.

Zur numerisch stabilen Berechnung des Λ^{10} -Propagators in der Umgebung der hebbaren Singularität wurde folgendes Verfahren angewandt: Stimmen beide Summanden von Gleichung (6.13) auf mehrere Stellen überein, würde die direkte Berechnung aufgrund der Auslöschung zu einem großen Rundungsfehler führen. In diesem Fall wurde der Funktionswert daher durch Interpolation aus dem Wert an der Stelle $P^0 = \omega_1^0(k_1) + \omega_1(k_2)$ (Gleichung (6.14)) und den Funktionswerten an mehreren genügend weit von der hebbaren Singularität entfernten Stützstellen bestimmt.

Eine entscheidende Bedeutung für die Genauigkeit des Verfahrens kommt der Wahl der Integrationsformel (9.2) zu. In diesem Zusammenhang wurden im Rahmen der vorliegenden Arbeit zwei verschiedene Verfahren erprobt. Zunächst wurden Rechnungen mit einer von Holinde et al. [HEA72] angegebenen Integrationsformel durchgeführt. Hierbei wird das Intervall $[-1, 1]$ mit Hilfe der Transformationsgleichung

$$x = C \tan \left(\frac{1}{4} \pi (1 + x') \right) \quad (9.3)$$

auf das Intervall $[0, \infty]$ abgebildet. Durch Anwendung einer Integrationsformel vom Typ "Gauß-Legendre" erhält man hieraus eine Integrationsformel für das gewünschte Intervall, wobei die Verteilung der Stützpunkte durch den Skalierungsfaktor C bestimmt wird³⁾. Als alternatives Integrationsverfahren wurde eine Integrationsformel vom Typ "Gauß-rational" erprobt [SS66]. Die Stützstellen und Gewichte sind bei diesem Verfahren so gewählt, daß eine rationale Funktion vom Grad $2N_p - 1$ über dem Intervall $[0, \infty]$ exakt integriert wird.

¹⁾ Siehe Anhang C.

²⁾ Das erstellte Programm ist jedoch so ausgelegt, daß auch Rechnungen mit Berücksichtigung der Mesonenretardierung durchgeführt werden können.

³⁾ Für C wurde der von Holinde et al. [HEA72] angegebene Wert verwendet.

Geht man davon aus, daß die Lösungen von (9.1a) für genügend hohe Zahl der Stützpunkte gegen die exakte Lösung der entsprechenden Integralgleichung konvergiert, so kann man durch sukzessive Erhöhung der Zahl der Stützpunkte Fehlerabschätzungen für die verschiedenen Integrationsformeln gewinnen. Es zeigte sich, daß der Grenzwert von der Wahl der Integrationsformel unabhängig ist, wobei das Konvergenzverhalten bei Verwendung der Integrationsformel vom Typ "Gauß-rational" deutlich besser ist. Bei Verwendung einer Stützpunktzahl von $N_p = 24$, die als akzeptabler Kompromiß zwischen Genauigkeit und Rechenzeitbedarf angesehen werden kann¹⁾, ergibt sich eine Übereinstimmung von etwa 4 bis 5 Stellen mit dem exakten Ergebnis, während sich die Übereinstimmung bei Verwendung der von Gleichung (9.3) abgeleiteten Integrationsformel nur etwa auf 3 bis 4 Stellen erstreckt. Da sich die T-Matrix und das Potential asymptotisch wie rationale Funktionen verhalten (vgl. Gleichung (4.12) ff), ist die Verwendung einer Integrationsformel vom Typ "Gauß-rational" für das Problem am besten geeignet. Da bei dem Verfahren von Holinde et al. eine singuläre Koordinatentransformation durchgeführt wird, ergibt sich in diesem Fall eine deutlich schlechtere Konvergenz.

Ferner wurde untersucht, wie sich der numerische Fehler bei der Berechnung der T-Matrix auf die Genauigkeit der Werte für die Selbstenergie und die Energie pro Nukleon auswirkt. Testrechnungen mit verschiedenen Werten von N_p und verschiedenen Skalierungsfaktoren ergaben folgende Fehlerabschätzungen:

$$\begin{aligned}\Delta\Sigma_\alpha &\leq 1.0\text{ MeV}, \\ \Delta(E/N) &\leq 1.5\text{ MeV}\end{aligned}$$

bei Verwendung der aus Gleichung (9.3) abgeleiteten Integrationsformel, bzw.

$$\begin{aligned}\Delta\Sigma_\alpha &\leq 0.4\text{ MeV}, \\ \Delta(E/N) &\leq 0.7\text{ MeV}\end{aligned}$$

bei Verwendung einer Integrationsformel vom Typ "Gauß-rational". Man sieht, daß die Integrationsformel vom Typ "Gauß-rational" bei gleicher Anzahl von Stützstellen deutlich bessere Ergebnisse liefert. Im folgenden wurde daher ausschließlich diese Integrationsformel verwendet.

Ferner ist die Tatsache bemerkenswert, daß bereits geringfügige numerische Fehler bei der Berechnung der T-Matrix relativ große Auswirkungen auf die Genauigkeit der Werte für die Selbstenergie und die Energie pro Nukleon haben. Eine genauere

¹⁾ Vgl. auch [HEA72]

Analyse hat gezeigt, daß bei Durchführung von nur einer Iteration mit jeweils festgehaltenen Startnäherungen nur ein äußerst geringer numerischer Fehler auftritt. Dagegen ist im Verlaufe mehrerer Iterationen ein starkes Anwachsen des Fehlers zu beobachten. Wegen der hochgradigen Nichtlinearität des durch das Selbstkonsistenzverfahren gelösten Gleichungssystems kann dieses Verhalten nicht verwundern. Da für vergleichbare Selbstkonsistenzverfahren anderer Autoren keine Untersuchungen über die numerische Stabilität vorliegen (z.B. [Ho86]), ist eine abschließende Wertung zu diesem Problemkreis gegenwärtig nicht möglich.

9.3 Berechnung der Selbstenergie und der Sättigungskurve

Die Matrixelemente $\Sigma_{\phi\phi}$ und $\Sigma_{\theta\theta}$ werden mit Gleichung (8.12) und (8.13) aus den Partialwellenamplituden der T-Matrix berechnet. Zur Berechnung der Raumintegrale wurden hierbei $N_r \times N_\theta$ -Punkt Gauß-Integrationsformeln verwendet¹⁾. Eine Stützstellenzahl von $N_r = 4$ für die Radialintegration und $N_\theta = 2$ für die Winkelintegration erwies sich in allen Fällen als ausreichend (vgl. auch [Web86]).

Um das erstellte Programm zu testen, wurde zunächst versucht, die Ergebnisse der Hartree-Fock Rechnung zu reproduzieren (vgl. Kapitel 3). Hierzu muß man in den Gleichungen (8.12) bzw. (8.13) lediglich die Partialwellenamplituden der T-Matrix durch die entsprechenden Komponenten des Potentials ersetzen. Die so berechnete Selbstenergie stimmt mit dem Ergebnis der direkten Hartree-Fock Rechnung auf etwa 3 bis 4 gültige Stellen überein. Die Resultate beider Methoden stimmen also innerhalb der zu erwarteten Grenzen für die Genauigkeit überein.

Als weiterer Programmtest wurde eine nicht relativistische BHF-Rechnung in der Vakuumbasis mit dem von Erkelenz et al. angegebenen Propagator durchgeführt [EAH71]. Auch hier konnte innerhalb der Fehlergrenzen Übereinstimmung mit den dort veröffentlichten Ergebnissen erzielt werden. Eine analoge Vergleichsrechnung für die relativistische BHF-Rechnung von Shakin et al. war nicht möglich, da der dort verwendete Propagator leider nicht veröffentlicht ist ([ACS81a-d], [ACS83]).

Die Energie pro Nukleon wurde mit Formel (3.31) aus der Spektralfunktion und der Selbstenergie berechnet und gegen den Fermiimpuls k_f bzw. die Nukleonendichte ρ aufgetragen²⁾ (siehe Abb. 1 bis 7). Aus der zweiten Ableitung der Sättigungskurve

¹⁾ Die ϕ -Integration ist trivial durchführbar.

²⁾ Da bei der Λ -Theorie im Gegensatz zur Brueckner Theorie in der Impulsdichtefunktion Abweichungen zum Modell unabhängiger Teilchen berücksichtigt werden, sind beide Auftragungen nicht äquivalent.

nach der Dichte an der Stelle des Minimums kann die Kompressibilität κ berechnet werden:

$$\kappa = 9 \rho_s^2 \left(\frac{\partial^2 (E/N)}{\partial \rho^2} \right)_{|\rho=\rho_s} . \quad (9.4)$$

ρ_s ist die Nukleonendichte am Sättigungspunkt. Zur Berechnung des Minimums der Kurve sowie der Kompressibilität wurde die berechnete Kurve durch ein Regressionspolynom geglättet. Zur Wahl des Grades dieses Polynoms wurde folgendes Verfahren verwendet: Bei sukzessiver Erhöhung des Polynomgrads werden die Residuen zunächst kleiner, bleiben dann über einen weiten Bereich im wesentlichen konstant um schließlich auf Null abzufallen. Wählt man als Polynomgrad einen Wert am Anfang dieses Plateaus, wird sichergestellt, daß die Kurve einerseits hinreichend gut approximiert wird, daß sich andererseits die durch den numerischen Fehler der Einzelpunkte bedingte Schwankungen nicht auf das Ergebnis auswirken¹⁾ [Hay70]. Vor allem der zweite Punkt ist für die Berechnung der Kompressibilität von entscheidender Bedeutung. Als optimaler Polynomgrad im Sinne des oben genannten Kriteriums erwies sich in den meisten Fällen der Wert $N = 3$.

¹⁾ In den Abbildungen 1 bis 7 sind ebenfalls die Regressionspolynome gezeichnet.

10. Kapitel Diskussion der Ergebnisse

10.1 Vergleich der verschiedenen Näherungen

Bei der numerischen Auswertung wurden verschiedene Versionen des OBE-Potentials verwendet. Eine der ältesten und am weitesten verbreiteten Parametersätze ist von Holinde Erkelenz und Alzetta entwickelt worden [HEA72] und wird mit HEA bezeichnet. Daneben wurde eine neuere Version des Bonn-Potentials verwendet [Ho81]. Wir bezeichnen diesen Parametersatz mit Ho2. Schließlich wurde zu Vergleichszwecken auch eine Rechnung mit zwei von Ter Haar entwickelten Parametersätzen durchgeführt [TH86]. Diese Parametersätze tragen im folgenden die Bezeichnungen Th1 und Th2. Die entsprechenden Potentialparameter sind in Anhang C zusammengestellt.

Um den Einfluß der verschiedenen Näherungen auf das Ergebnis beurteilen zu können, wurden folgende Vergleichsrechnungen durchgeführt:

- a) Eine Λ^{00} - und Λ^{10} -Rechnung in der Vakuumbasis mit Verwendung des nicht relativistischen Propagators¹⁾ (nicht relativistische Λ -Näherung).
- b) Eine BHF, Λ^{00} - und Λ^{10} -Rechnung in der Vakuumbasis mit Verwendung des relativistischen Propagators.
- c) Eine BHF, Λ^{00} - und Λ^{10} -Rechnung in der selbstkonsistenten Basis mit Verwendung des relativistischen Propagators.

Zunächst ist zu bemerken, daß die Energie pro Nukleon bei Berücksichtigung von Korrelationen im Vergleich zur Hartree-Fock Näherung bei einer typischen Dichte von $0.17 fm^{-3}$ um etwa 60 Mev abgesenkt ist (siehe Abbildung 2). Während Kernmaterie in Hartree-Fock Näherung ein ungebundenes System darstellt, werden die Sättigungseigenschaften erst bei Hinzunahme von Zweiteilchenkorrelationen qualitativ richtig wiedergegeben.

In den Abbildungen 1 bis 7 sind die Sättigungskurven für die verschiedenen Näherungen dargestellt. Die empirischen Werte für die Dichte und die Energie pro Nukleon liegen bei

$$\rho_s = 0.17 fm^{-3}$$

¹⁾ Siehe Abschnitt 6.5.

$$E/A = -16 \text{ MeV}$$

[PW79]. Der Bereich, in dem die experimentellen Werte liegen, ist in den Abbildungen 2, 4, 6 und 7 durch ein schraffiertes Rechteck gekennzeichnet. Der entsprechende Wert für die Kompressibilität κ beträgt nach neueren Untersuchungen

$$\kappa = 106 \text{ MeV}$$

[Br85]. Die errechneten Werte für die Kompressibilität sowie die ρ_s und E/A für die verschiedenen Näherungen sind in Anhang C Tabelle 3 zusammengestellt.

Da in der Λ -Theorie im Gegensatz zur Brueckner-Theorie die Abweichungen der Impulsdichtefunktion von der Impulsdichtefunktion des Modells unabhängiger Teilchen berücksichtigt wird, besteht hier ein nichttrivialer Zusammenhang zwischen der Nukleonendichte ρ und dem Fermiimpuls k_f . Daraus ist die Tatsache zu erklären, daß zwar die k_f -Werte der Sättigungspunkte bei der BHF-Näherung und bei der Λ -Theorie sehr nahe beieinander liegen, die entsprechenden Werte für die Sättigungsdichte bei der Λ -Näherung dagegen deutlich niedriger sind (vgl. Abbildung 5 und 6).

Bei der nicht relativistischen BHF-Rechnung liegen die Sättigungspunkte jeweils bei zu hohen Dichtewerten (vgl.: [EHA72], [Ho81]). Bei Verwendung des relativistischen Propagators ergibt sich jeweils eine deutlich geringere Bindung bei wesentlich niedrigerer Dichte (vgl. auch [Acs81d]). Die Rechnung in der selbstkonsistenten Teilchen-Antiteilchen Basis liefert im Vergleich zur Rechnung in der Vakuumbasis eine stärkere Bindung bei etwas höherer Sättigungsdichte. Die Wahl des Propagators hat jedoch einen wesentlich stärkeren Einfluß als der Übergang zur selbstkonsistenten Teilchen-Antiteilchenbasis. Eine mögliche Erklärung dafür ist in dem unterschiedlichen asymptotischen Verhalten des nicht relativistischen und des relativistischen Propagators zu suchen. Während der nicht relativistische Λ - bzw. BHF-Propagator für $k' \rightarrow \infty$ wie $1/k'^2$ abfällt, verhält sich der entsprechende relativistische Propagator asymptotisch wie $1/k'^3$. Daher ist die Absenkung der potentiellen Energie gegenüber dem unabhängigen Einteilchenmodell in der relativistischen Theorie deutlich geringer. Das hat zur Folge, daß sich der Sättigungspunkt in Richtung geringerer Bindung und niedrigerer Dichte verschiebt.

Obwohl sich die Sättigungskurven beim Übergang von der Vakuumbasis zur selbstkonsistenten Basis nicht wesentlich ändern, ist in beiden Fällen ein völlig unterschiedlicher Sättigungsmechanismus zu beobachten. Während die E/A -Kurve in der nichtrelativistischen Theorie im wesentlichen von der Dichteabhängigkeit der einzigen

Selbstenergiekomponente $\Sigma(k)$ bestimmt wird, ist das wesentliche Charakteristikum der relativistischen Theorie der Kompensationseffekt zwischen großen positiven Komponenten Σ_0 und betragsmäßig großen negativen Komponenten Σ_s (siehe Abbildung 9 und 10).

Zum besseren Verständnis dieses Kompensationseffekts wollen wir zunächst den Einfluß der Korrelationseffekte auf die Selbstenergie betrachten. Die Selbstenergiekomponente Σ_0 ist in Λ - bzw. RBHF-Näherung jeweils deutlich gegenüber dem entsprechenden Wert in Hartree-Fock Näherung abgesenkt, während die entsprechenden Werte für Σ_s jeweils etwas höher liegen als in Hartree-Fock Näherung (siehe Abbildung 9). Für die Berechnung der potentiellen Energie sind jedoch – abgesehen von Retardierungseffekten – nur die Matrixelemente bezüglich Nukleonenspinoren von Bedeutung (siehe Kapitel 5). Da die Matrixelemente $\Sigma_{\phi\phi}$ aus der Summe von Σ_s und Σ_0 berechnet werden (Gleichung 5.14a), hat diese kleine Verschiebung der Komponenten Σ_s und Σ_0 drastische Auswirkungen auf $\Sigma_{\phi\phi}$ (siehe Abb. 11). Es erfolgt eine Absenkung um etwa 70 MeV von 20 MeV auf -50 MeV. Aufgrund dieser Absenkung wird die Energie pro Nukleon negativ. Kernmaterie wird also erst bei Mitberücksichtigung von Korrelationseffekten zu einem selbstbindenden System.

Betrachten wir nun die Dichteabhängigkeit der einzelnen Energiekomponenten etwas genauer. In Abbildung 8 ist jeweils die Energie des Nukleonenfeldes E_N (die "kinetische" Energie) und die Summe aus Mesonen und Wechselwirkungsenergie (die "potentielle" Energie) eingezeichnet. Bei der Rechnung in der Vakuumbasis (durchgezogene Linien) ist der typische Kompensationseffekt zwischen monoton steigender kinetischer Energie und monoton fallender potentieller Energie zu beobachten. Nach anfänglich stärkerem Abfall der potentiellen Energie dominiert asymptotisch der Anstieg der kinetischen Energie. Dadurch erhält man das gewohnte Bild der Sättigungskurve.

Ein völlig anderes Verhalten ist bei der Rechnung in der selbstkonsistenten Teilchen-Antiteilchen Basis zu beobachten (gestrichelte Linien). Hier fällt die Energie des Nukleonenfeldes¹⁾ nach anfänglich leichtem Ansteigen bei Fermiimpulsen über $1.25 fm^{-1}$ stark ab. Andererseits ist in diesem Dichtebereich auch ein starkes Ansteigen der "potentiellen" Energie zu verzeichnen. Diese Effekte werden durch eine starke Abnahme der "effektiven Masse" $\tilde{m}(k)$ in diesem Dichtebereich hervorgerufen (vgl.: Abb. 10). Da sich diese Abnahme jedoch auf beide Energieanteile gegensinnig auswirkt, ist der Einfluß auf die Sättigungskurve jedoch vergleichsweise gering.

¹⁾ In diesem Fall kann man nicht mehr von kinetischer Energie sprechen.

Dieser unterschiedliche Sättigungsmechanismus bei Berücksichtigung von Abweichungen von der Vakuumdarstellung wurde erstmals von Shakin et al. [ACS81d] untersucht. Da dort – im Gegensatz zur vorliegenden Arbeit – die Abweichung der Spinoren Φ_λ und Θ_λ von den Vakuumspinoren u_λ und v_λ nur in Störungstheorie 1. Ordnung berücksichtigt werden, ergeben sich im Vergleich zur voll selbstkonsistenten Rechnung signifikante Unterschiede im Bereich höherer Dichte. Während die Nukleonenenergie bei der Rechnung von Shakin et al. erst bei $k_f \approx 1.8 fm^{-1}$ auf Null abfällt, wird dieser Punkt bei der voll selbstkonsistenten Rechnung schon bei $k_f \approx 1.55 fm^{-1}$ erreicht (Abb. 8)¹⁾.

In Abbildung 5 und 6 werden die Ergebnisse der Λ^{00} –, Λ^{10} – und RBHF–Näherung gegenübergestellt. Da die relative Lage der Bindungsenergiekurven zueinander weitestgehend mit dem entsprechenden Ergebnis der nicht relativistischen Theorie übereinstimmt (vgl. [Web85]), sollen an dieser Stelle nur einige wesentliche Punkte erörtert werden. Da bei der Λ^{00} –Näherung im Gegensatz zur Λ^{10} –Näherung das Pauli–Prinzip bei den Zwischenzuständen vollständig vernachlässigt wird, ergibt sich eine deutlich stärkere Bindung als bei der Λ^{10} –Näherung. Die Ergebnisse der Brueckner–Hartree–Fock Näherung liegen – was die Bindungsenergie betrifft – zwischen denjenigen der Λ^{00} – und der Λ^{10} –Näherung. Dagegen ist die Sättigungsdichte bei der BHF–Näherung deutlich höher. Da bei einer Mitberücksichtigung von Drei- und Mehrteilchenkorrelationen eine Verschiebung des Sättigungspunkts in Richtung stärkerer Bindung und höherer Sättigungsdichte zu erwarten ist, ergeben sich leichte Vorteile für die Λ –Theorie.

10.3 Die Grenzen des Modells

Während das Selbstkonsistenzverfahren für kleine und mittlere Werte für die Dichte rasch konvergiert, steigt die Zahl der benötigten Iterationen bei Fermiimpulsen über $1.4 fm^{-1}$ rasch an. Für $k_f \leq 1.3 fm^{-1}$ sind je etwa 5 Iterationen erforderlich, für $k_f = 1.5 fm^{-1}$ benötigt man dagegen bereits 10 bis 13 Iterationen. Für Fermiimpulse über $1.55 fm^{-1}$ tritt keine Konvergenz des Verfahrens mehr ein. Dieser Effekt steht im engen Zusammenhang mit dem starken Abfall der Energie des Nukleonenfeldes und der "effektiven Masse" $\tilde{m}(k)$ in diesem Dichtebereich. In diesem Bereich haben selbst relativ kleine Schwankungen der Selbstenergiekomponente Σ_s im Verlauf des Iterationsverfahrens starke Änderungen der Spektralfunktion und der Energie des

¹⁾ In Abb. 8 sind die Ergebnisse der RBHF–Näherung dargestellt, so daß die Ergebnisse direkt verglichen werden können.

Nukleonenfeldes zur Folge. Dadurch wird die Abweichung von der Lösung bei jeder Iteration vergrößert anstatt abzunehmen, so daß keine Konvergenz mehr eintritt²⁾. Auch durch Veränderung des Startwerts für die Iteration sowie des Relaxationsfaktors α konnte der Konvergenzbereich nicht signifikant vergrößert werden. Für höhere Dichten benötigt man daher andere Lösungsverfahren für die Kernmateriegleichungen (vgl. [HS83]). Da sich die vorliegende Arbeit jedoch nur mit den Sättigungseigenschaften von Kernmaterie befaßt, wollen wir diesen Problemkreis nicht weiter erörtern.

Darüber hinaus ist es wichtig sich die physikalische Bedeutung des Abfalls der effektiven Masse $\tilde{m}(k)$ klar zu machen. Im 3. Kapitel wurde gezeigt, daß die Vernachlässigung der Vakuumpolarisationsbeiträge gegenüber den Mediumpolarisationsbeiträgen sicher nur dann gerechtfertigt ist, wenn alle auftretenden Energien sehr viel kleiner als die Nukleonenmasse sind. Diese Grundvoraussetzung für die Anwendbarkeit des Regularisierungsmodells ist jedoch bereits bei Dichten wenig über der Sättigungsdichte von Kernmaterie nicht mehr erfüllt. Hier erreicht die Selbstenergiekomponente Σ_s dem Betrag nach die Größenordnung der Nukleonenmasse. Für eine sinnvolle Beschreibung von Kernmaterie bei höheren Dichten ist daher die Berücksichtigung der Vakuumpolarisationsbeiträge unabdingbar. Da die realistische Nukleon–Nukleon Wechselwirkung jedoch nicht renormierbar ist, stößt man hierbei auf zur Zeit unüberwindliche Schwierigkeiten.

10.3 Offene Probleme

Wie in den vorangehenden Kapiteln gezeigt wurde, benötigt man zur Berechnung der relativistischen Selbstenergie neben den Matrixelementen des Potentials bezüglich Nukleonenspinoren auch die gemischten Nukleon–Antinukleon Matrixelemente des Potentials (vgl. auch [ACS81d]). Beachtet man, daß die gegenwärtig verfügbaren OBE–Potentiale ausschließlich anhand der Nukleon–Nukleon Streudaten sowie der Eigenschaften des Deuterons gefittet sind, stellt sich die Frage, inwieweit es zulässig ist, diese Potentiale in unveränderter Form auf Nukleon–Antinukleon Zustände anzuwenden. Besonders deutlich tritt diese Problematik beim Pion zu Tage. Wie bereits im 3. und im 7. Kapitel erörtert wurde, stimmen die Nukleon–Nukleon Matrixelemente bei pv- und ps-Kopplung überein, während sich die Nukleon–Antinukleon Matrixelemente bei beiden Kopplungsarten unterscheiden.

²⁾ Diese Konvergenzprobleme sind auch bei Hartree– und Hartree–Fock Rechnungen zu beobachten (vgl. [HS83]).

Aber selbst wenn man von diesen Problemen der korrekten Wahl der Kopplungsart beim Pion absieht, bleibt die Anwendung des Potentials auf Nukleon-Antinukleon Zustände problematisch. Da die OBE-Potentiale im Nahbereich phänomenologische Anteile enthalten, ist — anders als im mittel- und langreichweitigen (mesonentheoretischen) Bereich — die Anwendung auf Nukleon-Antinukleon Zustände nicht durch feldtheoretische Überlegungen zu begründen.

10.4 Ausblick

Die Beschreibung des Kernmaterialesystems im Rahmen einer relativistischen Theorie ist — wie in den letzten Kapiteln erörtert wurde — entscheidend von der Wahl des Modells für die Nukleon-Nukleon Wechselwirkung abhängig. In einem viel stärkeren Maße als in der nicht relativistischen Theorie wird dadurch die Struktur der Näherung bestimmt. Eine Lösung der offenen Probleme ist daher vor allem von einem besseren Verständnis der Nukleon-Nukleon Wechselwirkung zu erwarten. Eine besondere Bedeutung kommt in diesem Zusammenhang der feldtheoretischen Beschreibung des Nahbereichs der Wechselwirkung zu. Hierbei sei vor allem auf die in jüngster Zeit unternommenen Versuche hingewiesen, den Nahbereich der Wechselwirkung durch ein Modell wechselwirkender Quarks und Gluonen zu beschreiben ([Ho84]).

Ferner hat sich gezeigt, daß die Korrelationen bei den Sättigungseigenschaften eine zentrale Rolle spielen. So führt die Hinzunahme von Zweiteilchenkorrelationen zu einer Absenkung der Bindungsenergie um fast 60 MeV. Es ist daher zu erwarten, daß die Mitberücksichtigung von Drei- und Mehrteilchenkorrelationen zu einer weiteren deutlichen Verschiebung des Sättigungspunkts in Richtung stärkerer Bindung und höherer Sättigungsdichte führt. Da man jedoch bereits bei der Lösung der Kernmateriegleichungen in Λ - und RBHF-Näherung auf erhebliche numerische Schwierigkeiten stößt, erscheint eine Weiterentwicklung der Theorie in diese Richtung — mehr noch als in der nicht relativistischen Theorie¹⁾ — wenig erfolgversprechend.

Die Untersuchung der Sättigungseigenschaften von Kernmaterie ist jedoch nur ein erster Schritt auf dem Weg zur Beschreibung endlicher Kerne. Es ist zu erwarten, daß die konsequente Anwendung der im Rahmen der relativistischen Kernmaterietheorie entwickelten Konzepte auf die Beschreibung endlicher Kerne zu einem besseren Verständnis der Kernstruktur führt.

¹⁾ Vgl. [Web85].

Anhang A Zusammenstellung benötigter Formeln und Definitionen

Fouriertransformation

Bei der Fouriertransformation verwenden wir folgende Phasenkonvention:

$$f(x) = \frac{1}{(2\pi)^4} \int \tilde{f}(p) e^{-ip^\mu x_\mu} d^4 p, \quad (A.1a)$$

$$\tilde{f}(p) = \int f(x) e^{ip^\mu x_\mu} d^4 x. \quad (A.1b)$$

Für ein Produkt zweier Funktionen $F(x) = f_1(x) \cdot f_2(x)$ gilt folgende häufig benötigte Faltungsregel:

$$\tilde{F}(p) = \frac{1}{(2\pi)^4} \int \tilde{f}_1(p') \cdot \tilde{f}_2(p - p') d^4 p'. \quad (A.2)$$

Im 2. Kapitel wird ferner die Fouriertransformierte der Stufenfunktion $\Theta(\tau)$ benötigt. Es gilt:

$$\tilde{\Theta}(\omega) = \frac{i}{\omega + i0}$$

A.2 Die Blockdarstellung der Diracmatrizen

Zur Berechnung der Potentialmatrixelemente in der selbstkonsistenten Teilchen-Antiteilchen Basis ist es günstig die Diracmatrizen in ihrer Paulireduzierten Form darzustellen. Es ist:

$$\begin{aligned} \gamma^0 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \otimes 1, & \gamma^i &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \otimes \sigma^i, \\ \alpha^i &\equiv \gamma^0 \gamma^i = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \otimes \sigma^i, \\ \sigma^{0i} &= \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix} \otimes \sigma^i, & \sigma^{ij} &= \epsilon_{ijk} 1 \otimes \sigma^k, \\ \gamma^5 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \otimes 1. \end{aligned} \quad (A.4)$$

Hierbei werden mit σ^i die drei Paulimatrizen bezeichnet.

A.3 Formeln aus der Diracalgebra

Zur Berechnung der Selbstenergie bzw. ihrer Matrixelemente erweist es sich als zweckmäßig, Produkte von Diracmatrizen als Linearkombinationen der 16 linear unabhängigen Diracmatrizen darzustellen. Hierzu erweisen sich folgende Relationen als hilfreich ([BD64a], [Rom69]):

$$\begin{aligned}
 \gamma^\mu \gamma^\nu \gamma_\mu &= -2\gamma^\nu, & p^\mu \gamma_\mu p^\nu \gamma_\nu &= p^2, \\
 p^\mu \gamma_\mu p'^\nu \gamma_\nu &= p \cdot p' - i \sigma_{\mu\nu} p^\mu p'^\nu, \\
 \gamma_\mu p^\nu \gamma_\nu p'^\kappa \gamma_\kappa \gamma^\mu &= 4 p \cdot p' \cdot 1, \\
 [\gamma_\mu, \sigma_{\nu}{}^\mu] &= -6 i \gamma_\nu, \\
 p^\lambda p^\kappa \sigma_{\lambda\mu} \sigma_\kappa{}^\mu &= 3 p^2 \cdot 1, \\
 p^\lambda p^\kappa \sigma_{\lambda\mu} \gamma^\delta \sigma_\kappa{}^\mu &= -4 p^\delta p^\mu \gamma_\mu + p^2 \gamma^\delta, \\
 \{p^\nu \gamma_\nu, \gamma^\mu\} &= 2 p^\mu \cdot 1, & \gamma^0 (\gamma^\mu)^\dagger \gamma^0 &= \gamma^\mu, \\
 \gamma^0 (\sigma^{\mu\nu})^\dagger \gamma^0 &= \sigma^{\mu\nu}, & \gamma^0 (i\gamma_5)^\dagger \gamma^0 &= i\gamma_5.
 \end{aligned} \tag{A.5}$$

Ferner wird häufig folgende Inversionsformel benötigt [Wil79]:

$$(\alpha_1 \cdot 1 + \alpha_2 \cdot (\hat{p} \vec{\gamma}) + \alpha_3 \cdot \gamma^0)^{-1} = \frac{\alpha_1 \cdot 1 - \alpha_2 \cdot (\hat{p} \vec{\gamma}) - \alpha_3 \cdot \gamma^0}{\alpha_1^2 + \alpha_2^2 - \alpha_3^2}. \tag{A.6}$$

Anhang B Die Partialwellenentwicklung

B.1 Die Winkelmatrixelemente

Mit Hilfe der Rekursionsrelation für Legendrepolynome

$$x P_n(x) = \frac{n+1}{2n+1} P_{n+1}(x) + \frac{n}{2n+1} P_{n-1}(x) \quad (B.1)$$

kann man die Winkelmatrixelemente (7.17a-c) durch die Funktionen $\tilde{Q}_j$ und $\tilde{Q}_j^{(i)}$ ausdrücken (vgl. [Er74]). Es ergibt sich¹⁾:

$$\langle ++ | f_\alpha^j | ++ \rangle = \frac{\pi}{k'k} \left(\tilde{Q}_j + \tilde{Q}_j^{(1)} \right), \quad (B.2a)$$

$$\langle ++ | f_\alpha^j | -- \rangle = \frac{\pi}{k'k} \left(-\tilde{Q}_j + \tilde{Q}_j^{(1)} \right), \quad (B.2b)$$

$$\langle +- | f_\alpha^j | +- \rangle = \frac{\pi}{k'k} \left(\tilde{Q}_j + \tilde{Q}_j^{(2)} \right), \quad (B.2c)$$

$$\langle +- | f_\alpha^j | -+ \rangle = \frac{\pi}{k'k} \left(-\tilde{Q}_j + \tilde{Q}_j^{(2)} \right), \quad (B.2d)$$

$$\langle ++ | f_\alpha^j | + - \rangle = -\frac{2\pi}{k'k} \tilde{Q}_j^{(3)}, \quad (B.2e)$$

$$\langle +- | f_\alpha^j | ++ \rangle = -\frac{2\pi}{k'k} \tilde{Q}_j^{(3)}, \quad (B.2f)$$

$$\langle +- | f_\alpha^j | -- \rangle = -\frac{2\pi}{k'k} \tilde{Q}_j^{(3)}, \quad (B.2g)$$

$$\langle ++ | f_\alpha^j | -+ \rangle = -\frac{2\pi}{k'k} \tilde{Q}_j^{(3)}. \quad (B.2h)$$

Bzw.:

$$\langle ++ | g_\alpha^j | ++ \rangle = \frac{\pi}{k'k} \left(-3\tilde{Q}_j + \tilde{Q}_j^{(1)} \right), \quad (B.3a)$$

$$\langle ++ | g_\alpha^j | -- \rangle = \frac{\pi}{k'k} \left(3\tilde{Q}_j + \tilde{Q}_j^{(1)} \right), \quad (B.3b)$$

$$\langle +- | g_\alpha^j | +- \rangle = \frac{\pi}{k'k} \left(\tilde{Q}_j + \tilde{Q}_j^{(2)} \right), \quad (B.3c)$$

$$\langle +- | g_\alpha^j | -+ \rangle = \frac{\pi}{k'k} \left(-\tilde{Q}_j + \tilde{Q}_j^{(2)} \right), \quad (B.3d)$$

$$\langle ++ | g_\alpha^j | + - \rangle = -\frac{2\pi}{k'k} \tilde{Q}_j^{(3)}, \quad (B.3e)$$

$$\langle +- | g_\alpha^j | ++ \rangle = -\frac{2\pi}{k'k} \tilde{Q}_j^{(3)}, \quad (B.3f)$$

¹⁾ Die Funktionsargumente werden der Einfachheit halber jeweils weggelassen.

$$\langle + - | g_{\alpha}^j | - - \rangle = -\frac{2\pi}{k'k} \tilde{Q}_j^{(3)}, \quad (B.3g)$$

$$\langle + + | g_{\alpha}^j | - + \rangle = -\frac{2\pi}{k'k} \tilde{Q}_j^{(3)} \quad (B.3h)$$

Und

$$\langle + + | h_{\alpha}^j | + + \rangle = \frac{\pi}{k'k} \left(\tilde{Q}_j^{(1)} + \tilde{Q}_j^{(4)} \right), \quad (B.4a)$$

$$\langle + + | h_{\alpha}^j | - - \rangle = \frac{\pi}{k'k} \left(-\tilde{Q}_j^{(1)} + \tilde{Q}_j^{(4)} \right), \quad (B.4b)$$

$$\langle + - | h_{\alpha}^j | + - \rangle = \frac{\pi}{k'k} \left(\tilde{Q}_j^{(1)} + \tilde{Q}_j^{(5)} \right), \quad (B.4c)$$

$$\langle + - | h_{\alpha}^j | - + \rangle = \frac{\pi}{k'k} \left(-\tilde{Q}_j^{(1)} + \tilde{Q}_j^{(5)} \right), \quad (B.4d)$$

$$\langle + + | h_{\alpha}^j | + - \rangle = -\frac{2\pi}{k'k} \tilde{Q}_j^{(6)}, \quad (B.4e)$$

$$\langle + - | h_{\alpha}^j | + + \rangle = -\frac{2\pi}{k'k} \tilde{Q}_j^{(6)}, \quad (B.4f)$$

$$\langle + - | h_{\alpha}^j | - - \rangle = -\frac{2\pi}{k'k} \tilde{Q}_j^{(6)}, \quad (B.4g)$$

$$\langle + + | h_{\alpha}^j | - + \rangle = -\frac{2\pi}{k'k} \tilde{Q}_j^{(6)}. \quad (B.4h)$$

Zur numerischen Berechnung der Funktionen $\tilde{Q}_j$ bzw. $\tilde{Q}_j^{(i)}$ wurde für $\kappa \neq 0$ und $k' \neq 0$ eine Quadraturformel vom Typ "Gauß-Legendre" verwendet. Als Grenzwerte für $(kk') \rightarrow 0$ erhält man:

$$\frac{\tilde{Q}_j(z_{\alpha}, k' p^0, k p^0)}{k'k} \rightarrow 2 (F_{\alpha}^2 \mathcal{G}_{\alpha})(p', p) \delta_{j0}, \quad (B.5a)$$

$$\frac{\tilde{Q}_j^{(1)}(z_{\alpha}, k' p^0, k p^0)}{k'k} \rightarrow \frac{2}{3} (F_{\alpha}^2 \mathcal{G}_{\alpha})(p', p) \delta_{j1}, \quad (B.5b)$$

$$\frac{\tilde{Q}_j^{(4)}(z_{\alpha}, k' p^0, k p^0)}{k'k} \rightarrow (F_{\alpha}^2 \mathcal{G}_{\alpha})(p', p) \cdot \left(\frac{4}{15} \delta_{j2} + \frac{2}{3} \delta_{j0} \right). \quad (B.5c)$$

Die übrigen Komponenten können gemäß Gleichung (7.18c), (7.18f) und (7.18g) aus den Ausdrücken (B.5a-c) berechnet werden.

B.2 Die Potentialmatrixelemente

Im folgenden sind die Partialmatrixelemente für die verschiedenen Kopplungsformen zusammengestellt. Für die Matrixelemente für Mesonen mit pseudoskalarer Kopplung erhält man:

$${}^0V_{ps}^j(p', p) = g_{ps}^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[-(\tilde{m}'\tilde{m} - W'W) \frac{\tilde{Q}_j}{k'k} - \tilde{k}'\tilde{k} \frac{\tilde{Q}_j^{(1)}}{k'k} \right], \quad (B.6a)$$

$${}^{12}V_{ps}^j(p', p) = g_{ps}^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[-\tilde{k}'\tilde{k} \frac{\tilde{Q}_j}{k'k} - (\tilde{m}'\tilde{m} - W'W) \frac{\tilde{Q}_j^{(1)}}{k'k} \right], \quad (B.6b)$$

$${}^1V_{ps}^j(p', p) = g_{ps}^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[(\tilde{m}'\tilde{m} - W'W) \frac{\tilde{Q}_j}{k'k} + \tilde{k}'\tilde{k} \frac{\tilde{Q}_j^{(2)}}{k'k} \right], \quad (B.6c)$$

$${}^{34}V_{ps}^j(p', p) = g_{ps}^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[\tilde{k}'\tilde{k} \frac{\tilde{Q}_j}{k'k} + (\tilde{m}'\tilde{m} - W'W) \frac{\tilde{Q}_j^{(2)}}{k'k} \right], \quad (B.6d)$$

$${}^5V_{ps}^j(p', p) = g_{ps}^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} (\tilde{m}'W - \tilde{m}W') \frac{\tilde{Q}_j^{(3)}}{k'k}, \quad (B.6e)$$

$${}^6V_{ps}^j(p', p) = g_{ps}^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} (\tilde{m}W' - \tilde{m}'W) \frac{\tilde{Q}_j^{(3)}}{k'k}, \quad (B.6f)$$

$${}^0U_{ps}^j(p', p) = g_{ps}^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[\tilde{k}'W \frac{\tilde{Q}_j}{k'k} - \tilde{k}W' \frac{\tilde{Q}_j^{(1)}}{k'k} \right], \quad (B.7a)$$

$${}^{12}U_{ps}^j(p', p) = g_{ps}^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[-\tilde{k}W' \frac{\tilde{Q}_j}{k'k} + \tilde{k}'W \frac{\tilde{Q}_j^{(1)}}{k'k} \right], \quad (B.7b)$$

$${}^1U_{ps}^j(p', p) = g_{ps}^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[-\tilde{k}'W \frac{\tilde{Q}_j}{k'k} + \tilde{k}W' \frac{\tilde{Q}_j^{(2)}}{k'k} \right], \quad (B.7c)$$

$${}^{34}U_{ps}^j(p', p) = g_{ps}^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[\tilde{k}W' \frac{\tilde{Q}_j}{k'k} - \tilde{k}'W \frac{\tilde{Q}_j^{(2)}}{k'k} \right], \quad (B.7d)$$

$${}^3U_{ps}^j(p', p) = g_{ps}^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[2\tilde{m}'\tilde{k} \frac{\tilde{Q}_j^{(3)}}{k'k} \right], \quad (B.7e)$$

$${}^{56}U_{ps}^j(p', p) = g_{ps}^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[2\tilde{m}\tilde{k}' \frac{\tilde{Q}_j^{(3)}}{k'k} \right], \quad (B.7f)$$

$${}^5U_{ps}^j(p', p) = g_{ps}^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[-2\tilde{m}'\tilde{k} \frac{\tilde{Q}_j^{(3)}}{k'k} \right], \quad (B.7g)$$

$${}^78U_{ps}^j(p', p) = g_{ps}^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[-2\tilde{m}\tilde{k}' \frac{\tilde{Q}_j^{(3)}}{k'k} \right], \quad (B.7h)$$

$${}^0W_{ps}^j(p', p) = g_{ps}^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[-(\tilde{m}'\tilde{m} + W'W) \frac{\tilde{Q}_j}{k'k} + \tilde{k}'\tilde{k} \frac{\tilde{Q}_j^{(1)}}{k'k} \right], \quad (B.8a)$$

$${}^{12}W_{ps}^j(p', p) = g_{ps}^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[\tilde{k}'\tilde{k} \frac{\tilde{Q}_j}{k'k} - (\tilde{m}'\tilde{m} + W'W) \frac{\tilde{Q}_j^{(1)}}{k'k} \right], \quad (B.8b)$$

$${}^1W_{ps}^j(p', p) = g_{ps}^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[-(\tilde{m}'\tilde{m} + W'W) \frac{\tilde{Q}_j}{k'k} + \tilde{k}'\tilde{k} \frac{\tilde{Q}_j^{(2)}}{k'k} \right], \quad (B.8c)$$

$${}^{34}W_{ps}^j(p', p) = g_{ps}^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[\tilde{k}'\tilde{k} \frac{\tilde{Q}_j}{k'k} - (\tilde{m}'\tilde{m} + W'W) \frac{\tilde{Q}_j^{(2)}}{k'k} \right], \quad (B.8d)$$

$${}^3W_{ps}^j(p', p) = 0, \quad (B.8e)$$

$${}^{56}W_{ps}^j(p', p) = 2g_{ps}^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} (\tilde{m}W' + \tilde{m}'W) \frac{\tilde{Q}_j^{(3)}}{k'k}, \quad (B.8f)$$

$${}^5W_{ps}^j(p', p) = 0, \quad (B.8g)$$

$${}^{78}W_{ps}^j(p', p) = 2g_{ps}^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} (\tilde{m}W' + \tilde{m}'W) \frac{\tilde{Q}_j^{(3)}}{k'k}. \quad (B.8h)$$

Die entsprechenden Ausdrücke für Mesonen mit Pseudovektorkopplung lauten:

$$\begin{aligned} {}^0V_{pv}^j(p', p) = & \left(\frac{f_{pv}}{\mu_{pv}} \right)^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[((p'^0 - p^0)^2 (W'W - \tilde{m}'\tilde{m}) + \right. \\ & + 2(p'^0 - p^0)(\tilde{k}kW' - \tilde{k}'k'W) + (k'^2 + k^2)(W'W + \tilde{m}'\tilde{m}) - 2k'k\tilde{k}'\tilde{k}) \frac{\tilde{Q}_j}{k'k} + \\ & + ((p'^0 - p^0)^2\tilde{k}'\tilde{k} + 2(p'^0 - p^0)(\tilde{k}'kW - \tilde{k}k'W') + (k'^2 + k^2)\tilde{k}'\tilde{k} - \\ & \left. - 2k'k(W'W + \tilde{m}'\tilde{m})) \frac{\tilde{Q}_j^{(1)}}{k'k} \right], \quad (B.9a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
^{12}V_{pv}^j(p', p) = & \left(\frac{f_{pv}}{\mu_{pv}} \right)^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[((p'^0 - p^0)^2 \tilde{k}'\tilde{k} + 2(p'^0 - p^0)(\tilde{k}'kW - \tilde{k}k'W') + \right. \\
& + (k'^2 + k^2)\tilde{k}'\tilde{k} - 2k'k(W'W + \tilde{m}'\tilde{m})) \frac{\tilde{Q}_j}{k'k} + \\
& + ((p'^0 - p^0)^2(W'W - \tilde{m}'\tilde{m}) + 2(p'^0 - p^0)(\tilde{k}kW' - \tilde{k}'k'W) + \\
& \left. + (k'^2 + k^2)(W'W + \tilde{m}'\tilde{m}) - 2k'k\tilde{k}'\tilde{k}) \frac{\tilde{Q}_j^{(1)}}{k'k} \right], \tag{B.9b}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
^1V_{pv}^j(p', p) = & \left(\frac{f_{pv}}{\mu_{pv}} \right)^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[-(p'^0 - p^0)^2(W'W - \tilde{m}'\tilde{m}) - \right. \\
& - 2(p'^0 - p^0)(\tilde{k}kW' - \tilde{k}'k'W) - (k'^2 + k^2)(W'W + \tilde{m}'\tilde{m}) + 2k'k\tilde{k}'\tilde{k}) \frac{\tilde{Q}_j}{k'k} + \\
& + (-(p'^0 - p^0)^2\tilde{k}'\tilde{k} - 2(p'^0 - p^0)(\tilde{k}'kW - \tilde{k}k'W') - (k'^2 + k^2)\tilde{k}'\tilde{k} + \\
& \left. + 2k'k(W'W + \tilde{m}'\tilde{m})) \frac{\tilde{Q}_j^{(2)}}{k'k} \right], \tag{B.9c}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
^{34}V_{pv}^j(p', p) = & \left(\frac{f_{pv}}{\mu_{pv}} \right)^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[-(p'^0 - p^0)^2\tilde{k}'\tilde{k} - \right. \\
& - 2(p'^0 - p^0)(\tilde{k}'kW - \tilde{k}k'W') - (k'^2 + k^2)\tilde{k}'\tilde{k} + 2k'k(W'W + \tilde{m}'\tilde{m})) \frac{\tilde{Q}_j}{k'k} + \\
& + (-(p'^0 - p^0)^2(W'W - \tilde{m}'\tilde{m}) - 2(p'^0 - p^0)(\tilde{k}kW' - \tilde{k}'k'W) - \\
& \left. - (k'^2 + k^2)(W'W + \tilde{m}'\tilde{m}) + 2k'k\tilde{k}'\tilde{k}) \frac{\tilde{Q}_j^{(2)}}{k'k} \right], \tag{B.9d}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
{}^5V_{pv}^j(p', p) = & \left(\frac{f_{pv}}{\mu_{pv}} \right)^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[((p'^0 - p^0)^2 (\tilde{m}'W - \tilde{m}W') + \right. \\
& \left. + 2(p'^0 - p^0)(\tilde{m}k'\tilde{k}' + \tilde{m}'k\tilde{k}) + (k^2 - k'^2)(\tilde{m}W' + \tilde{m}'W) \right) \frac{\tilde{Q}_j^{(3)}}{k'k} \Big], \quad (B.9e)
\end{aligned}$$

$${}^6V_{pv}^j(p', p) = -{}^5V_{pv}^j(p', p), \quad (B.9f)$$

$$\begin{aligned}
{}^0U_{pv}^j(p', p) = & \left(\frac{f_{pv}}{\mu_{pv}} \right)^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[((p'^0 - p^0)^2 \tilde{k}'W + \right. \\
& + 2(p'^0 - p^0)(k\tilde{k}'\tilde{k} - k'W'W) + (k'^2 + k^2)\tilde{k}'W - 2k'k\tilde{k}W') \frac{\tilde{Q}_j}{k'k} + \\
& + ((p'^0 - p^0)^2 \tilde{k}W' - 2(p'^0 - p^0)(k'\tilde{k}'\tilde{k} - kW'W) + \\
& \left. + (k'^2 + k^2)\tilde{k}W' - 2k'k\tilde{k}'W) \frac{\tilde{Q}_j^{(1)}}{k'k} \right], \quad (B.10a)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
{}^{12}U_{pv}^j(p', p) = & \left(\frac{f_{pv}}{\mu_{pv}} \right)^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[((p'^0 - p^0)^2 \tilde{k}W' - \right. \\
& - 2(p'^0 - p^0)(k'\tilde{k}'\tilde{k} - kW'W) + (k'^2 + k^2)\tilde{k}W' - 2k'k\tilde{k}'W) \frac{\tilde{Q}_j}{k'k} + \\
& + ((p'^0 - p^0)^2 \tilde{k}'W + 2(p'^0 - p^0)(k\tilde{k}'\tilde{k} - k'W'W) + \\
& \left. + (k'^2 + k^2)\tilde{k}'W - 2k'k\tilde{k}W') \frac{\tilde{Q}_j^{(1)}}{k'k} \right], \quad (B.10b)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
{}^1U_{pv}^j(p', p) = & \left(\frac{f_{pv}}{\mu_{pv}} \right)^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[-((p'^0 - p^0)^2 \tilde{k}'W + \right. \\
& + 2(p'^0 - p^0)(k\tilde{k}'\tilde{k} - k'W'W) + (k'^2 + k^2)\tilde{k}'W - 2k'k\tilde{k}'W') \frac{\tilde{Q}_j}{k'k} - \\
& - ((p'^0 - p^0)^2 \tilde{k}'W' - 2(p'^0 - p^0)(k\tilde{k}'\tilde{k} - k'W'W) + \\
& \left. + (k'^2 + k^2)\tilde{k}'W' - 2k'k\tilde{k}'W') \frac{\tilde{Q}_j^{(2)}}{k'k} \right], \quad (B.10c)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
{}^{34}U_{pv}^j(p', p) = & \left(\frac{f_{pv}}{\mu_{pv}} \right)^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[-((p'^0 - p^0)^2 \tilde{k}'W' - \right. \\
& - 2(p'^0 - p^0)(k\tilde{k}'\tilde{k} - k'W'W) + (k'^2 + k^2)\tilde{k}'W' - 2k'k\tilde{k}'W') \frac{\tilde{Q}_j}{k'k} - \\
& - ((p'^0 - p^0)^2 \tilde{k}'W + 2(p'^0 - p^0)(k\tilde{k}'\tilde{k} - k'W'W) + \\
& \left. + (k'^2 + k^2)\tilde{k}'W - 2k'k\tilde{k}'W') \frac{\tilde{Q}_j^{(2)}}{k'k} \right], \quad (B.10d)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
{}^3U_{pv}^j(p', p) = & \left(\frac{f_{pv}}{\mu_{pv}} \right)^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} (-2(p'^0 - p^0)^2 \tilde{m}'\tilde{k} - \\
& - 4(p'^0 - p^0)\tilde{m}'k'W - 2(k'^2 + k^2)\tilde{m}'\tilde{k} + 4\tilde{m}'\tilde{k}'k'^2) \frac{\tilde{Q}_j^{(3)}}{k'k}, \quad (B.10e)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
{}^{56}U_{pv}^j(p', p) = & \left(\frac{f_{pv}}{\mu_{pv}} \right)^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} (2(p'^0 - p^0)^2 \tilde{m}\tilde{k}' - \\
& - 4(p'^0 - p^0)\tilde{m}k'W' - 2(k'^2 + k^2)\tilde{m}\tilde{k}' + 4\tilde{m}\tilde{k}'k'^2) \frac{\tilde{Q}_j^{(3)}}{k'k}, \quad (B.10f)
\end{aligned}$$

$${}^5U_{pv}^j(p', p) = -{}^3U_{pv}^j(p', p), \quad (B.10g)$$

$${}^{78}U_{pv}^j(p', p) = -{}^{56}U_{pv}^j(p', p), \quad (B.10h)$$

$$\begin{aligned} {}^0W_{pv}^j(p', p) = & \left(\frac{f_{pv}}{\mu_{pv}} \right)^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[((p'^0 - p^0)^2 (W'W + \tilde{m}'\tilde{m}) + \right. \\ & + 2(p'^0 - p^0)(\tilde{k}kW' - \tilde{k}'k'W) + (k'^2 + k^2)(W'W - \tilde{m}'\tilde{m}) - 2k'k\tilde{k}'\tilde{k}) \frac{\tilde{Q}_j}{k'k} + \\ & + ((p'^0 - p^0)^2\tilde{k}'\tilde{k} + 2(p'^0 - p^0)(\tilde{k}'kW - \tilde{k}k'W') + (k'^2 + k^2)\tilde{k}'\tilde{k} - \\ & \left. - 2k'k(W'W - \tilde{m}'\tilde{m})) \frac{\tilde{Q}_j^{(1)}}{k'k} \right], \quad (B.11a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} {}^{12}W_{pv}^j(p', p) = & \left(\frac{f_{pv}}{\mu_{pv}} \right)^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[((p'^0 - p^0)^2\tilde{k}'\tilde{k} + 2(p'^0 - p^0)(\tilde{k}'kW - \tilde{k}k'W') + \right. \\ & + (k'^2 + k^2)\tilde{k}'\tilde{k} - 2k'k(W'W - \tilde{m}'\tilde{m})) \frac{\tilde{Q}_j}{k'k} + \\ & + ((p'^0 - p^0)^2(W'W + \tilde{m}'\tilde{m}) + 2(p'^0 - p^0)(\tilde{k}kW' - \tilde{k}'k'W) + \\ & \left. + (k'^2 + k^2)(W'W - \tilde{m}'\tilde{m}) - 2k'k\tilde{k}'\tilde{k}) \frac{\tilde{Q}_j^{(1)}}{k'k} \right], \quad (B.11b) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} {}^1W_{pv}^j(p', p) = & \left(\frac{f_{pv}}{\mu_{pv}} \right)^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[((p'^0 - p^0)^2 (W'W + \tilde{m}'\tilde{m}) + \right. \\ & + 2(p'^0 - p^0)(\tilde{k}kW' - \tilde{k}'k'W) + (k'^2 + k^2)(W'W - \tilde{m}'\tilde{m}) - 2k'k\tilde{k}'\tilde{k}) \frac{\tilde{Q}_j}{k'k} + \\ & + ((p'^0 - p^0)^2\tilde{k}'\tilde{k} + 2(p'^0 - p^0)(\tilde{k}'kW - \tilde{k}k'W') + (k'^2 + k^2)\tilde{k}'\tilde{k} - \\ & \left. - 2k'k(W'W - \tilde{m}'\tilde{m})) \frac{\tilde{Q}_j^{(2)}}{k'k} \right], \quad (B.11c) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
{}^{34}W_{pv}^j(p', p) = & \left(\frac{f_{pv}}{\mu_{pv}} \right)^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[((p'^0 - p^0)^2 \tilde{k}'\tilde{k} + 2(p'^0 - p^0)(\tilde{k}'kW - \tilde{k}k'W') + \right. \\
& + (k'^2 + k^2)\tilde{k}'\tilde{k} - 2k'k(W'W - \tilde{m}'\tilde{m})) \frac{\tilde{Q}_j}{k'k} + \\
& + ((p'^0 - p^0)^2(W'W + \tilde{m}'\tilde{m}) + 2(p'^0 - p^0)(\tilde{k}kW' - \tilde{k}'k'W) + \\
& \left. + (k'^2 + k^2)(W'W - \tilde{m}'\tilde{m}) - 2k'k\tilde{k}'\tilde{k}) \frac{\tilde{Q}_j^{(2)}}{k'k} \right], \quad (B.11d)
\end{aligned}$$

$${}^3W_{pv}^j(p', p) = 0, \quad (B.11e)$$

$$\begin{aligned}
{}^{56}W_{pv}^j(p', p) = & \left(\frac{f_{pv}}{\mu_{pv}} \right)^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[(-2(p'^0 - p^0)^2(\tilde{m}'W + \tilde{m}W') + \right. \\
& + 4(p'^0 - p^0)(\tilde{m}k'\tilde{k}' - \tilde{m}'k\tilde{k}) + 2(k^2 + k'^2)(\tilde{m}W' - \tilde{m}'W) + \\
& \left. + 4k'^2(\tilde{m}'W - \tilde{m}W') \right) \frac{\tilde{Q}_j^{(3)}}{k'k} \Big], \quad (B.11f)
\end{aligned}$$

$${}^5W_{pv}^j(p', p) = 0, \quad (B.11g)$$

$${}^{78}W_{pv}^j(p', p) = {}^{56}W_{pv}^j(p', p). \quad (B.11h)$$

Die umfangreichsten Ausdrücke erhält man bei der Wechselwirkung mit Vektormesonen. Die Partialwellenamplituden für den Anteil mit direkter Kopplung lauten:

$$\begin{aligned}
{}^0V_{vv}^j(p', p) = g_v^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[((4W'W - 2\tilde{m}'\tilde{m}) + \frac{1}{\mu_v^2}((p'^0 - p^0)^2(W'W + \tilde{m}'\tilde{m}) + \right. \\
+ 2(p'^0 - p^0)(\tilde{k}kW' - \tilde{k}'k'W) + (k'^2 + k^2)(W'W - \tilde{m}'\tilde{m}) - 2k'k\tilde{k}'\tilde{k})) \frac{\tilde{Q}_j}{k'k} + \\
+ \frac{1}{\mu_v^2}((p'^0 - p^0)^2\tilde{k}'\tilde{k} + 2(p'^0 - p^0)(\tilde{k}'kW - \tilde{k}k'W') + \\
\left. + (k'^2 + k^2)\tilde{k}'\tilde{k} - 2k'k(W'W - \tilde{m}'\tilde{m})) \frac{\tilde{Q}_j^{(1)}}{k'k} \right], \quad (B.12a)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
{}^{12}V_{vv}^j(p', p) = g_v^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[(4\tilde{k}'\tilde{k} + \frac{1}{\mu_v^2}((p'^0 - p^0)^2\tilde{k}'\tilde{k} + \right. \\
+ 2(p'^0 - p^0)(\tilde{k}'kW - \tilde{k}k'W') + (k'^2 + k^2)\tilde{k}'\tilde{k} - 2k'k(W'W - \tilde{m}'\tilde{m})) \frac{\tilde{Q}_j}{k'k} + \\
+ (2\tilde{m}'\tilde{m} + \frac{1}{\mu_v^2}((p'^0 - p^0)^2(W'W + \tilde{m}'\tilde{m}) + 2(p'^0 - p^0)(\tilde{k}kW' - \tilde{k}'k'W) + \\
\left. + (k'^2 + k^2)(W'W - \tilde{m}'\tilde{m}) - 2k'k\tilde{k}'\tilde{k})) \frac{\tilde{Q}_j^{(1)}}{k'k} \right], \quad (B.12b)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
{}^1V_{vv}^j(p', p) = g_v^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[(2W'W + \frac{1}{\mu_v^2}((p'^0 - p^0)^2(W'W + \tilde{m}'\tilde{m}) + \right. \\
+ 2(p'^0 - p^0)(\tilde{k}kW' - \tilde{k}'k'W) + (k'^2 + k^2)(W'W - \tilde{m}'\tilde{m}) - 2k'k\tilde{k}'\tilde{k})) \frac{\tilde{Q}_j}{k'k} + \\
+ (2\tilde{k}'\tilde{k} + \frac{1}{\mu_v^2}((p'^0 - p^0)^2\tilde{k}'\tilde{k} + 2(p'^0 - p^0)(\tilde{k}'kW - \tilde{k}k'W') + \\
\left. + (k'^2 + k^2)\tilde{k}'\tilde{k} - 2k'k(W'W - \tilde{m}'\tilde{m})) \frac{\tilde{Q}_j^{(2)}}{k'k} \right], \quad (B.12c)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
{}^{34}V_{vv}^j(p', p) = g_v^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} & \left[(2\tilde{k}'\tilde{k} + \frac{1}{\mu_v^2}((p'^0 - p^0)^2\tilde{k}'\tilde{k} + \right. \\
& + 2(p'^0 - p^0)(\tilde{k}'k'W - \tilde{k}k'W') + (k'^2 + k^2)\tilde{k}'\tilde{k} - 2k'k(W'W - \tilde{m}'\tilde{m})) \frac{\tilde{Q}_j}{k'k} + \\
& + (2W'W + \frac{1}{\mu_v^2}((p'^0 - p^0)^2(W'W + \tilde{m}'\tilde{m}) + 2(p'^0 - p^0)(\tilde{k}k'W' - \tilde{k}'k'W) + \\
& \left. + (k'^2 + k^2)(W'W - \tilde{m}'\tilde{m}) - 2k'k\tilde{k}'\tilde{k})) \frac{\tilde{Q}_j^{(2)}}{k'k} \right], \quad (B.12d)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
{}^5V_{vv}^j(p', p) = g_v^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} & \left[(-2\tilde{m}'W + \frac{1}{\mu_v^2}(-(p'^0 - p^0)^2(\tilde{m}W' + \tilde{m}'W) + \right. \\
& + 2(p'^0 - p^0)(\tilde{m}k'\tilde{k}' - \tilde{m}'k\tilde{k})) + (k^2 - k'^2)(\tilde{m}W' - \tilde{m}'W)) \frac{\tilde{Q}_j^{(3)}}{k'k} \Big], \quad (B.12e)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
{}^6V_{vv}^j(p', p) = g_v^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} & \left[(-2\tilde{m}W' + \frac{1}{\mu_v^2}(-(p'^0 - p^0)^2(\tilde{m}W' + \tilde{m}'W) + \right. \\
& + 2(p'^0 - p^0)(\tilde{m}k'\tilde{k}' - \tilde{m}'k\tilde{k})) + (k^2 - k'^2)(\tilde{m}W' - \tilde{m}'W)) \frac{\tilde{Q}_j^{(3)}}{k'k} \Big], \quad (B.12f)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
{}^0U_{vv}^j(p', p) = g_v^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} & \left[(4\tilde{k}'W + \frac{1}{\mu_v^2}((p'^0 - p^0)^2\tilde{k}'W + \right. \\
& + 2(p'^0 - p^0)(\tilde{k}\tilde{k}'\tilde{k} - k'W'W) + (k'^2 + k^2)\tilde{k}'W - 2k'k\tilde{k}W')) \frac{\tilde{Q}_j}{k'k} + \\
& + \frac{1}{\mu_v^2}((p'^0 - p^0)^2\tilde{k}W' - 2(p'^0 - p^0)(k'\tilde{k}'\tilde{k} - k'W'W) + \\
& \left. + (k'^2 + k^2)\tilde{k}W' - 2k'k\tilde{k}'W) \frac{\tilde{Q}_j^{(1)}}{k'k} \right], \quad (B.13a)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
^{12}U_{vv}^j(p', p) = g_v^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} & \left[(4\tilde{k}W' + \frac{1}{\mu_v^2}((p'^0 - p^0)^2\tilde{k}W' - \right. \\
& - 2(p'^0 - p^0)(k'\tilde{k}'\tilde{k} - kW'W) + (k'^2 + k^2)\tilde{k}W' - 2k'k\tilde{k}'W)) \frac{\tilde{Q}_j}{k'k} + \\
& + (\frac{1}{\mu_v^2}((p'^0 - p^0)^2\tilde{k}'W + 2(p'^0 - p^0)(k\tilde{k}'\tilde{k} - k'W'W) + \\
& \left. + (k'^2 + k^2)\tilde{k}'W - 2k'k\tilde{k}W')) \frac{\tilde{Q}_j^{(1)}}{k'k} \right], \quad (B.13b)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
^{14}U_{vv}^j(p', p) = g_v^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} & \left[(2\tilde{k}'W + \frac{1}{\mu_v^2}((p'^0 - p^0)^2\tilde{k}'W + \right. \\
& + 2(p'^0 - p^0)(k\tilde{k}'\tilde{k} - k'W'W) + (k'^2 + k^2)\tilde{k}'W - 2k'k\tilde{k}W')) \frac{\tilde{Q}_j}{k'k} + \\
& + (2\tilde{k}W' + \frac{1}{\mu_v^2}((p'^0 - p^0)^2\tilde{k}W' - 2(p'^0 - p^0)(k'\tilde{k}'\tilde{k} - kW'W) + \\
& \left. + (k'^2 + k^2)\tilde{k}W' - 2k'k\tilde{k}'W)) \frac{\tilde{Q}_j^{(2)}}{k'k} \right], \quad (B.13c)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
^{34}U_{vv}^j(p', p) = g_v^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} & \left[(2\tilde{k}W' + \frac{1}{\mu_v^2}((p'^0 - p^0)^2\tilde{k}W' - \right. \\
& - 2(p'^0 - p^0)(k'\tilde{k}'\tilde{k} - kW'W) + (k'^2 + k^2)\tilde{k}W' - 2k'k\tilde{k}'W)) \frac{\tilde{Q}_j}{k'k} + \\
& + (2\tilde{k}'W + \frac{1}{\mu_v^2}((p'^0 - p^0)^2\tilde{k}'W + 2(p'^0 - p^0)(k\tilde{k}'\tilde{k} - k'W'W) + \\
& \left. + (k'^2 + k^2)\tilde{k}'W - 2k'k\tilde{k}W')) \frac{\tilde{Q}_j^{(2)}}{k'k} \right], \quad (B.13d)
\end{aligned}$$

$${}^3U_{vv}^j(p', p) = g_v^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[\left(\frac{2}{\mu_v^2} (-(p'^0 - p^0)^2 \tilde{m}'\tilde{k} - \right. \right. \\ \left. \left. - 2(p'^0 - p^0) \tilde{m}'k'W + (k'^2 - k^2) \tilde{m}'\tilde{k}) \right) \frac{\tilde{Q}_j^{(3)}}{k'k} \right] \quad (B.13e)$$

$${}^{56}U_{vv}^j(p', p) = g_v^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[\left(-4\tilde{m}\tilde{k}' + \frac{2}{\mu_v^2} (-(p'^0 - p^0)^2 \tilde{m}\tilde{k}' + \right. \right. \\ \left. \left. + 2(p'^0 - p^0) \tilde{m}k'W' - (k'^2 - k^2) \tilde{m}\tilde{k}') \right) \frac{\tilde{Q}_j^{(3)}}{k'k} \right] \quad (B.13f)$$

$${}^5U_{vv}^j(p', p) = g_v^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[\left(-4\tilde{m}'\tilde{k} + \frac{2}{\mu_v^2} (-(p'^0 - p^0)^2 \tilde{m}'\tilde{k} - \right. \right. \\ \left. \left. - 2(p'^0 - p^0) \tilde{m}'k'W + (k'^2 - k^2) \tilde{m}'\tilde{k}) \right) \frac{\tilde{Q}_j^{(3)}}{k'k} \right] \quad (B.13g)$$

$${}^{78}U_{vv}^j(p', p) = g_v^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[\left(\frac{2}{\mu_v^2} (-(p'^0 - p^0)^2 \tilde{m}\tilde{k}' + \right. \right. \\ \left. \left. + 2(p'^0 - p^0) \tilde{m}k'W' - (k'^2 - k^2) \tilde{m}\tilde{k}') \right) \frac{\tilde{Q}_j^{(3)}}{k'k} \right] \quad (B.13h)$$

$${}^0W_{vv}^j(p', p) = g_v^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[\left((4W'W + 2\tilde{m}'\tilde{m}) + \frac{1}{\mu_v^2} ((p'^0 - p^0)^2 (W'W - \tilde{m}'\tilde{m}) + \right. \right. \\ \left. \left. + 2(p'^0 - p^0)(\tilde{k}k'W' - \tilde{k}'k'W) + (k'^2 + k^2)(W'W + \tilde{m}'\tilde{m}) - 2k'k\tilde{k}'\tilde{k}) \right) \frac{\tilde{Q}_j}{k'k} + \right. \\ \left. + \frac{1}{\mu_v^2} ((p'^0 - p^0)^2 \tilde{k}'\tilde{k} + 2(p'^0 - p^0)(\tilde{k}'k'W - \tilde{k}k'W') + \right. \\ \left. + (k'^2 + k^2)\tilde{k}'\tilde{k} - 2k'k(W'W + \tilde{m}'\tilde{m})) \frac{\tilde{Q}_j^{(1)}}{k'k} \right], \quad (B.14a)$$

$$\begin{aligned}
^{12}W_{vv}^j(p', p) = g_v^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} & \left[(4\tilde{k}'\tilde{k} + \frac{1}{\mu_v^2}((p'^0 - p^0)^2\tilde{k}'\tilde{k} + \right. \\
& + 2(p'^0 - p^0)(\tilde{k}'k'W - \tilde{k}k'W') + (k'^2 + k^2)\tilde{k}'\tilde{k} - 2k'k(W'W + \tilde{m}'\tilde{m}))) \frac{\tilde{Q}_j}{k'k} + \\
& + (-2\tilde{m}'\tilde{m} + \frac{1}{\mu_v^2}((p'^0 - p^0)^2(W'W - \tilde{m}'\tilde{m}) + 2(p'^0 - p^0)(\tilde{k}k'W' - \tilde{k}'k'W) + \\
& \left. + (k'^2 + k^2)(W'W + \tilde{m}'\tilde{m}) - 2k'k\tilde{k}'\tilde{k})) \frac{\tilde{Q}_j^{(1)}}{k'k} \right], \quad (B.14b)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
^{14}W_{vv}^j(p', p) = g_v^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} & \left[(-2W'W + \frac{1}{\mu_v^2}(-(p'^0 - p^0)^2(W'W - \tilde{m}'\tilde{m}) - \right. \\
& - 2(p'^0 - p^0)(\tilde{k}k'W' - \tilde{k}'k'W) - (k'^2 + k^2)(W'W + \tilde{m}'\tilde{m}) + 2k'k\tilde{k}'\tilde{k})) \frac{\tilde{Q}_j}{k'k} + \\
& + (-2\tilde{k}'\tilde{k} + \frac{1}{\mu_v^2}(-(p'^0 - p^0)^2\tilde{k}'\tilde{k} - 2(p'^0 - p^0)(\tilde{k}'k'W - \tilde{k}k'W') - \\
& \left. - (k'^2 + k^2)\tilde{k}'\tilde{k} + 2k'k(W'W + \tilde{m}'\tilde{m}))) \frac{\tilde{Q}_j^{(2)}}{k'k} \right], \quad (B.14c)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
^{34}W_{vv}^j(p', p) = g_v^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} & \left[(-2\tilde{k}'\tilde{k} + \frac{1}{\mu_v^2}(-(p'^0 - p^0)^2\tilde{k}'\tilde{k} - \right. \\
& - 2(p'^0 - p^0)(\tilde{k}'k'W - \tilde{k}k'W') - (k'^2 + k^2)\tilde{k}'\tilde{k} + 2k'k(W'W + \tilde{m}'\tilde{m}))) \frac{\tilde{Q}_j}{k'k} + \\
& + (-2W'W + \frac{1}{\mu_v^2}(-(p'^0 - p^0)^2(W'W - \tilde{m}'\tilde{m}) - 2(p'^0 - p^0)(\tilde{k}k'W' - \tilde{k}'k'W) - \\
& \left. - (k'^2 + k^2)(W'W + \tilde{m}'\tilde{m}) + 2k'k\tilde{k}'\tilde{k})) \frac{\tilde{Q}_j^{(2)}}{k'k} \right], \quad (B.14d)
\end{aligned}$$

$${}^3W_{vv}^j(p', p) = 0, \quad (B.14e)$$

$${}^{56}W_{vv}^j(p', p) = g_v^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[\left(4\tilde{m}W' + \frac{2}{\mu_v^2}((p'^0 - p^0)^2(\tilde{m}W' - \tilde{m}'W) - \right. \right. \\ \left. \left. - 2(p'^0 - p^0)(\tilde{m}k'\tilde{k}' + \tilde{m}'k\tilde{k}) - (k^2 - k'^2)(\tilde{m}W' + \tilde{m}'W) \right) \frac{\tilde{Q}_j^{(3)}}{k'k} \right], \quad (B.14f)$$

$${}^5W_{vv}^j(p', p) = 0, \quad (B.14g)$$

$${}^{78}W_{vv}^j(p', p) = g_v^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[\left(4\tilde{m}'W + \frac{2}{\mu_v^2}(-(p'^0 - p^0)^2(\tilde{m}W' - \tilde{m}'W) + \right. \right. \\ \left. \left. + 2(p'^0 - p^0)(\tilde{m}k'\tilde{k}' + \tilde{m}'k\tilde{k}) + (k^2 - k'^2)(\tilde{m}W' + \tilde{m}'W) \right) \frac{\tilde{Q}_j^{(3)}}{k'k} \right]. \quad (B.14h)$$

Für die entsprechenden Matrixelemente des Ableitungskopplungsterms erhält man:

$${}^0V_{tt}^j(p', p) = \left(\frac{f_v}{2m_0} \right)^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[(3(p'^0 - p^0)^2(W'W - \tilde{m}'\tilde{m}) + \right. \\ \left. + 4(p'^0 - p^0)(\tilde{k}kW' - \tilde{k}'k'W) + (k'^2 + k^2)(\tilde{m}'\tilde{m} + 3W'W) \right) \frac{\tilde{Q}_j}{k'k} + ((p'^0 - p^0)^2\tilde{k}'\tilde{k} + \\ \left. + 4(p'^0 - p^0)(\tilde{k}'kW - \tilde{k}'k'W) + (k'^2 + k^2)\tilde{k}'\tilde{k} - \right. \\ \left. - 2k'k(\tilde{m}'\tilde{m} + 3W'W) \right) \frac{\tilde{Q}_j^{(1)}}{k'k} - 2k'k\tilde{k}'\tilde{k} \frac{\tilde{Q}_j^{(4)}}{k'k} \Big], \quad (B.15a)$$

$$\begin{aligned}
^{12}V_{tt}^j(p', p) = & \left(\frac{f_v}{2m_0} \right)^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[(-3(p'^0 - p^0)^2 \tilde{k}'\tilde{k} - \right. \\
& - 4(p'^0 - p^0)(\tilde{k}'kW - \tilde{k}'k'W') - 3(k'^2 + k^2)\tilde{k}'\tilde{k} + 4k'k\tilde{m}'\tilde{m}) \frac{\tilde{Q}_j}{k'k} + \\
& + (- (p'^0 - p^0)^2 (W'W - \tilde{m}'\tilde{m}) - 4(p'^0 - p^0)(\tilde{k}kW' - \tilde{k}'k'W) - (k'^2 + k^2)(W'W + 3\tilde{m}'\tilde{m}) + \\
& \left. + 6k'k\tilde{k}'\tilde{k}) \frac{\tilde{Q}_j^{(1)}}{k'k} + 2k'k(W'W + \tilde{m}'\tilde{m}) \frac{\tilde{Q}_j^{(4)}}{k'k} \right], \quad (B.15b)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
^{14}V_{tt}^j(p', p) = & \left(\frac{f_v}{2m_0} \right)^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[((p'^0 - p^0)^2 (W'W - \tilde{m}'\tilde{m}) + \right. \\
& + (k'^2 + k^2)(W'W - \tilde{m}'\tilde{m}) + 4k'k\tilde{k}'\tilde{k}) \frac{\tilde{Q}_j}{k'k} + \\
& + 2k'k(W'W + \tilde{m}'\tilde{m}) \frac{\tilde{Q}_j^{(1)}}{k'k} + (- (p'^0 - p^0)^2 \tilde{k}'\tilde{k} - (k'^2 + k^2)\tilde{k}'\tilde{k} - \\
& \left. - 4k'kW'W) \frac{\tilde{Q}_j^{(2)}}{k'k} - 2k'k\tilde{k}'\tilde{k} \frac{\tilde{Q}_j^{(5)}}{k'k} \right], \quad (B.15c)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
^{34}V_{tt}^j(p', p) = & \left(\frac{f_v}{2m_0} \right)^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[(- (p'^0 - p^0)^2 \tilde{k}'\tilde{k} - \right. \\
& - (k'^2 + k^2)\tilde{k}'\tilde{k} - 4k'kW'W) \frac{\tilde{Q}_j}{k'k} - 2k'k\tilde{k}'\tilde{k} \frac{\tilde{Q}_j^{(1)}}{k'k} + \\
& + ((p'^0 - p^0)^2 (W'W - \tilde{m}'\tilde{m}) + (k'^2 + k^2)(W'W - \tilde{m}'\tilde{m}) + \\
& \left. + 4k'k\tilde{k}'\tilde{k}) \frac{\tilde{Q}_j^{(2)}}{k'k} + 2k'k(W'W + \tilde{m}'\tilde{m}) \frac{\tilde{Q}_j^{(5)}}{k'k} \right], \quad (B.15d)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
{}^5V_{tt}^j(p', p) = & \left(\frac{f_v}{2m_0} \right)^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[((p'^0 - p^0)^2 (\tilde{m}W' - \tilde{m}'W) - \right. \\
& -4(p'^0 - p^0)\tilde{m}\tilde{k}'k' + (k'^2 + k^2)(\tilde{m}W' - \tilde{m}'W) + 4\tilde{m}'k'^2W) \frac{\tilde{Q}_j^{(3)}}{k'k} - \\
& \left. -2k'k(\tilde{m}W' + \tilde{m}'W) \frac{\tilde{Q}_j^{(6)}}{k'k} \right], \quad (B.15e)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
{}^6V_{tt}^j(p', p) = & \left(\frac{f_v}{2m_0} \right)^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[-(p'^0 - p^0)^2 (\tilde{m}W' - \tilde{m}'W) + \right. \\
& +4(p'^0 - p^0)\tilde{m}'\tilde{k}k + (k'^2 + k^2)(3\tilde{m}W' + \tilde{m}'W) - 4\tilde{m}k'^2W) \frac{\tilde{Q}_j^{(3)}}{k'k} - \\
& \left. -2k'k(\tilde{m}W' + \tilde{m}'W) \frac{\tilde{Q}_j^{(6)}}{k'k} \right], \quad (B.15f)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
{}^0U_{tt}^j(p', p) = & \left(\frac{f_v}{2m_0} \right)^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[(3(p'^0 - p^0)^2 \tilde{k}'W + \right. \\
& +4(p'^0 - p^0)(k\tilde{k}'\tilde{k} - k'W'W) + 3(k'^2 + k^2)\tilde{k}'W) \frac{\tilde{Q}_j}{k'k} + ((p'^0 - p^0)^2 \tilde{k}W' - \\
& -4(p'^0 - p^0)(k'\tilde{k}'\tilde{k} - k'W'W) + (k'^2 + k^2)\tilde{k}W' - \\
& \left. -6k'k\tilde{k}'W) \frac{\tilde{Q}_j^{(1)}}{k'k} - 2k'k\tilde{k}W' \frac{\tilde{Q}_j^{(4)}}{k'k} \right], \quad (B.16a)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
{}^{12}U_{tt}^j(p', p) = & \left(\frac{f_v}{2m_0} \right)^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[(-3(p'^0 - p^0)^2 \tilde{k}W' + \right. \\
& +4(p'^0 - p^0)(k'\tilde{k}'\tilde{k} - k'W'W) - 3(k'^2 + k^2)\tilde{k}W') \frac{\tilde{Q}_j}{k'k} + (-(p'^0 - p^0)^2 \tilde{k}'W - \\
& -4(p'^0 - p^0)(k\tilde{k}'\tilde{k} - k'W'W) - (k'^2 + k^2)\tilde{k}'W + \\
& \left. +6k'k\tilde{k}W') \frac{\tilde{Q}_j^{(1)}}{k'k} + 2k'k\tilde{k}'W \frac{\tilde{Q}_j^{(4)}}{k'k} \right], \quad (B.16b)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
{}^1U_{tt}^j(p', p) = & \left(\frac{f_v}{2m_0} \right)^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[((p'^0 - p^0)^2 \tilde{k}'W + \right. \\
& + (k'^2 + k^2) \tilde{k}'W + 4k'k \tilde{k}W') \frac{\tilde{Q}_j}{k'k} + \\
& + 2k'k \tilde{k}'W \frac{\tilde{Q}_j^{(1)}}{k'k} + (-(p'^0 - p^0)^2 \tilde{k}W' - (k'^2 + k^2) \tilde{k}W' - \\
& \left. - 4k'k \tilde{k}'W) \frac{\tilde{Q}_j^{(2)}}{k'k} - 2k'k \tilde{k}W' \frac{\tilde{Q}_j^{(5)}}{k'k} \right], \quad (B.16c)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
{}^{34}U_{tt}^j(p', p) = & \left(\frac{f_v}{2m_0} \right)^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[(-(p'^0 - p^0)^2 \tilde{k}W' - \right. \\
& - (k'^2 + k^2) \tilde{k}W' - 4k'k \tilde{k}'W) \frac{\tilde{Q}_j}{k'k} - 2k'k \tilde{k}W' \frac{\tilde{Q}_j^{(1)}}{k'k} + \\
& + ((p'^0 - p^0)^2 \tilde{k}'W + (k'^2 + k^2) \tilde{k}'W + 4k'k \tilde{k}W') \frac{\tilde{Q}_j^{(2)}}{k'k} + \\
& \left. + 2k'k \tilde{k}'W \frac{\tilde{Q}_j^{(5)}}{k'k} \right], \quad (B.16d)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
{}^3U_{tt}^j(p', p) = & \left(\frac{f_v}{2m_0} \right)^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[(-2(p'^0 - p^0)^2 \tilde{m}'\tilde{k} - 8(p'^0 - p^0) \tilde{m}'kW - \right. \\
& \left. - 2(k'^2 + k^2) \tilde{m}'\tilde{k}) \frac{\tilde{Q}_j^{(3)}}{k'k} + 4k'k \tilde{m}'\tilde{k} \frac{\tilde{Q}_j^{(6)}}{k'k} \right], \quad (B.16e)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
{}^5U_{tt}^j(p', p) = & \left(\frac{f_v}{2m_0} \right)^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[(-2(p'^0 - p^0)^2 \tilde{m}\tilde{k}' + 6(p'^0 - p^0) \tilde{m}\tilde{k}' - \right. \\
& \left. - 8\tilde{m}k'^2 \tilde{k}') \frac{\tilde{Q}_j^{(3)}}{k'k} - 4k'k \tilde{m}\tilde{k}' \frac{\tilde{Q}_j^{(6)}}{k'k} \right], \quad (B.16f)
\end{aligned}$$

$${}^5U_{tt}^j(p', p) = \left(\frac{f_v}{2m_0} \right)^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[(2(p'^0 - p^0)^2 \tilde{m}'\tilde{k} + 2(k'^2 + k^2)\tilde{m}'\tilde{k} - \right. \\ \left. - 8\tilde{m}'k'^2\tilde{k}') \frac{\tilde{Q}_j^{(3)}}{k'k} + 2k'k\tilde{m}'\tilde{k} \frac{\tilde{Q}_j^{(6)}}{k'k} \right], \quad (B.16g)$$

$${}^{78}U_{tt}^j(p', p) = \left(\frac{f_v}{2m_0} \right)^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[(2(p'^0 - p^0)^2 \tilde{m}'\tilde{k}' - 8(p'^0 - p^0)\tilde{m}'k'W' + \right. \\ \left. + 2(k'^2 + k^2)\tilde{m}'\tilde{k}') \frac{\tilde{Q}_j^{(3)}}{k'k} - 4k'k\tilde{m}'\tilde{k}' \frac{\tilde{Q}_j^{(6)}}{k'k} \right], \quad (B.16h)$$

$${}^0W_{tt}^j(p', p) = \left(\frac{f_v}{2m_0} \right)^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[(-3(p'^0 - p^0)^2(W'W + \tilde{m}'\tilde{m}) - \right. \\ \left. - 4(p'^0 - p^0)(\tilde{k}k'W' - \tilde{k}'k'W) + (k'^2 + k^2)(\tilde{m}'\tilde{m} - 3W'W)) \frac{\tilde{Q}_j}{k'k} + (- (p'^0 - p^0)^2\tilde{k}'\tilde{k} - \right. \\ \left. - 4(p'^0 - p^0)(\tilde{k}'k'W - \tilde{k}k'W') - (k'^2 + k^2)\tilde{k}'\tilde{k} + \right. \\ \left. + 2k'k(-\tilde{m}'\tilde{m} + 3W'W)) \frac{\tilde{Q}_j^{(1)}}{k'k} + 2k'k\tilde{k}'\tilde{k} \frac{\tilde{Q}_j^{(4)}}{k'k} \right], \quad (B.17a)$$

$${}^{12}W_{tt}^j(p', p) = \left(\frac{f_v}{2m_0} \right)^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[(3(p'^0 - p^0)^2\tilde{k}'\tilde{k} + \right. \\ \left. + 4(p'^0 - p^0)(\tilde{k}'k'W - \tilde{k}k'W') + 3(k'^2 + k^2)\tilde{k}'\tilde{k} + 4k'k\tilde{m}'\tilde{m}) \frac{\tilde{Q}_j}{k'k} + \right. \\ \left. + ((p'^0 - p^0)^2(W'W + \tilde{m}'\tilde{m}) + 4(p'^0 - p^0)(\tilde{k}k'W' - \tilde{k}'k'W) + (k'^2 + k^2)(W'W - 3\tilde{m}'\tilde{m}) - \right. \\ \left. - 6k'k\tilde{k}'\tilde{k}') \frac{\tilde{Q}_j^{(4)}}{k'k} \right], \quad (B.17b)$$

$$\begin{aligned}
{}^1W_{tt}^j(p', p) = & \left(\frac{f_v}{2m_0} \right)^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[((p'^0 - p^0)^2 (W'W + \tilde{m}'\tilde{m}) + \right. \\
& + (k'^2 + k^2)(W'W + \tilde{m}'\tilde{m}) + 4k'k\tilde{k}'\tilde{k}) \frac{\tilde{Q}_j}{k'k} + \\
& + 2k'k(W'W - \tilde{m}'\tilde{m}) \frac{\tilde{Q}_j^{(1)}}{k'k} + (- (p'^0 - p^0)^2 \tilde{k}'\tilde{k} - (k'^2 + k^2) \tilde{k}'\tilde{k} - \\
& \left. - 4k'kW'W) \frac{\tilde{Q}_j^{(2)}}{k'k} - 2k'k\tilde{k}'\tilde{k} \frac{\tilde{Q}_j^{(5)}}{k'k} \right], \tag{B.17c}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
{}^{34}W_{tt}^j(p', p) = & \left(\frac{f_v}{2m_0} \right)^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[(- (p'^0 - p^0)^2 \tilde{k}'\tilde{k} - \right. \\
& - (k'^2 + k^2) \tilde{k}'\tilde{k} - 4k'kW'W) \frac{\tilde{Q}_j}{k'k} - 2k'k\tilde{k}'\tilde{k} \frac{\tilde{Q}_j^{(1)}}{k'k} + \\
& + ((p'^0 - p^0)^2 (W'W + \tilde{m}'\tilde{m}) + (k'^2 + k^2)(W'W + \tilde{m}'\tilde{m}) + \\
& \left. + 4k'k\tilde{k}'\tilde{k}) \frac{\tilde{Q}_j^{(2)}}{k'k} + 2k'k(W'W - \tilde{m}'\tilde{m}) \frac{\tilde{Q}_j^{(5)}}{k'k} \right], \tag{B.17d}
\end{aligned}$$

$${}^3W_{tt}^j(p', p) = 0, \tag{B.17e}$$

$$\begin{aligned}
{}^{56}W_{tt}^j(p', p) = & \left(\frac{f_v}{2m_0} \right)^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[(-2(p'^0 - p^0)^2 (\tilde{m}W' + \tilde{m}'W) - \right. \\
& - 8(p'^0 - p^0) \tilde{m}'\tilde{k}k + 2(k'^2 + k^2)(3\tilde{m}W' - \tilde{m}'W) - 8\tilde{m}k'^2W') \frac{\tilde{Q}_j^{(3)}}{k'k} - \\
& \left. - 4k'k(\tilde{m}W' - \tilde{m}'W) \frac{\tilde{Q}_j^{(6)}}{k'k} \right], \tag{B.17f}
\end{aligned}$$

$${}^5W_{tt}^j(p', p) = 0, \quad (B.17g)$$

$$\begin{aligned} {}^{78}W_{tt}^j(p', p) = & \left(\frac{f_v}{2m_0} \right)^2 \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[(-2(p'^0 - p^0)^2(\tilde{m}W' + \tilde{m}'W) + \right. \\ & + 8(p'^0 - p^0)\tilde{m}\tilde{k}'k' - 2(k'^2 + k^2)(\tilde{m}W' + \tilde{m}'W) + 8\tilde{m}'k'^2W) \frac{\tilde{Q}_j^{(3)}}{k'k} + \\ & \left. + 4k'k(\tilde{m}W' - \tilde{m}'W) \frac{\tilde{Q}_j^{(6)}}{k'k} \right]. \quad (B.17h) \end{aligned}$$

Die entsprechenden Ausdrücke für die gemischten Terme lauten:

$$\begin{aligned} {}^0V_{vt}^j(p', p) = & \left(\frac{f_v g_v}{2m_0} \right) \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[(2(\tilde{m}\tilde{k}'k' + \tilde{m}'\tilde{k}k) - \right. \\ & \left. - 6(p'^0 - p^0)(\tilde{m}W' - \tilde{m}'W)) \frac{\tilde{Q}_j}{k'k} - 2(\tilde{m}\tilde{k}'k + \tilde{m}'\tilde{k}k') \frac{\tilde{Q}_j^{(1)}}{k'k} \right], \quad (B.18a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} {}^{12}V_{vt}^j(p', p) = & \left(\frac{f_v g_v}{2m_0} \right) \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[6(\tilde{m}\tilde{k}'k + \tilde{m}'\tilde{k}k') \frac{\tilde{Q}_j}{k'k} + \right. \\ & \left. + (-6(\tilde{m}\tilde{k}'k' + \tilde{m}'\tilde{k}k) + 2(p'^0 - p^0)(\tilde{m}W' - \tilde{m}'W)) \frac{\tilde{Q}_j^{(1)}}{k'k} \right], \quad (B.18b) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} {}^1V_{vt}^j(p', p) = & \left(\frac{f_v g_v}{2m_0} \right) \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[(-2(\tilde{m}\tilde{k}'k' + \tilde{m}'\tilde{k}k) - \right. \\ & \left. - 2(p'^0 - p^0)(\tilde{m}W' - \tilde{m}'W)) \frac{\tilde{Q}_j}{k'k} + 2(\tilde{m}\tilde{k}'k + \tilde{m}'\tilde{k}k') \frac{\tilde{Q}_j^{(2)}}{k'k} \right], \quad (B.18c) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
{}^{34}V_{vt}^j(p', p) = & \left(\frac{f_v \bar{g}_v}{2m_0} \right) \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[2(\tilde{m}\tilde{k}'k + \tilde{m}'\tilde{k}k') \frac{\tilde{Q}_j}{k'k} + \right. \\
& \left. + (-2(\tilde{m}\tilde{k}'k' + \tilde{m}'\tilde{k}k) - 2(p'^0 - p^0)(\tilde{m}W' - \tilde{m}'W)) \frac{\tilde{Q}_j^{(2)}}{k'k} \right], \quad (B.18d)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
{}^5V_{vt}^j(p', p) = & \left(\frac{f_v g_v}{2m_0} \right) \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} (6k'\tilde{k}'W + 2k\tilde{k}W' - \\
& - 2(p'^0 - p^0)(W'W - \tilde{m}'\tilde{m})) \frac{\tilde{Q}_j^{(3)}}{k'k}, \quad (B.18e)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
{}^6V_{vt}^j(p', p) = & \left(\frac{f_v g_v}{2m_0} \right) \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} (2k'\tilde{k}'W + 6k\tilde{k}W' + \\
& + 2(p'^0 - p^0)(W'W - \tilde{m}'\tilde{m})) \frac{\tilde{Q}_j^{(3)}}{k'k}, \quad (B.18f)
\end{aligned}$$

$${}^0Z_{vt}^j(p', p) = {}^{12}Z_{vt}^j(p', p) = {}^1Z_{vt}^j(p', p) = {}^{34}Z_{vt}^j(p', p) = 0, \quad (B.19a)$$

$$\begin{aligned}
{}^5Z_{vt}^j(p', p) = & \left(\frac{f_v g_v}{2m_0} \right) \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[(-2(p'^0 - p^0)\tilde{k}'\tilde{k} + \right. \\
& \left. + 2k\tilde{k}'W + 6k'\tilde{k}W') \frac{\tilde{Q}_j^{(3)}}{k'k} \right], \quad (B.19b)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
{}^6Z_{vt}^j(p', p) = & \left(\frac{f_v g_v}{2m_0} \right) \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[(2(p'^0 - p^0)\tilde{k}'\tilde{k} + \right. \\
& \left. + 6k\tilde{k}'W + 2k'\tilde{k}W') \frac{\tilde{Q}_j^{(3)}}{k'k} \right], \quad (B.19c)
\end{aligned}$$

$${}^0U_{vt}^j(p', p) = \left(\frac{f_v g_v}{2m_0} \right) \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[(-6(p'^0 - p^0)\tilde{m}\tilde{k}' + 2\tilde{m}k'W') \frac{\tilde{Q}_j}{k'k} - \right. \\ \left. - 2\tilde{m}kW' \frac{\tilde{Q}_j^{(1)}}{k'k} \right], \quad (B.20a)$$

$${}^{12}U_{vt}^j(p', p) = \left(\frac{f_v g_v}{2m_0} \right) \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[6\tilde{m}kW' \frac{\tilde{Q}_j}{k'k} + \right. \\ \left. + (2(p'^0 - p^0)\tilde{m}\tilde{k}' - 6\tilde{m}k'W') \frac{\tilde{Q}_j^{(1)}}{k'k} \right], \quad (B.20b)$$

$${}^1U_{vt}^j(p', p) = \left(\frac{f_v g_v}{2m_0} \right) \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[(-2(p'^0 - p^0)\tilde{m}\tilde{k}' - 2\tilde{m}k'W') \frac{\tilde{Q}_j}{k'k} + \right. \\ \left. + 2\tilde{m}kW' \frac{\tilde{Q}_j^{(2)}}{k'k} \right], \quad (B.20c)$$

$${}^{34}U_{vt}^j(p', p) = \left(\frac{f_v g_v}{2m_0} \right) \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[2\tilde{m}kW' \frac{\tilde{Q}_j}{k'k} + \right. \\ \left. + (-2(p'^0 - p^0)\tilde{m}\tilde{k}' - 2\tilde{m}k'W') \frac{\tilde{Q}_j^{(2)}}{k'k} \right], \quad (B.20d)$$

$${}^3U_{vt}^j(p', p) = \left(\frac{f_v g_v}{2m_0} \right) \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} (4\tilde{m}'\tilde{m}k) \frac{\tilde{Q}_j^{(3)}}{k'k}, \quad (B.20e)$$

$${}^{56}U_{vt}^j(p', p) = \left(\frac{f_v g_v}{2m_0} \right) \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[(4(p'^0 - p^0)\tilde{k}'W + \right. \\ \left. + 4(3k\tilde{k}'\tilde{k} + k'W'W)) \frac{\tilde{Q}_j^{(3)}}{k'k} \right], \quad (B.20f)$$

$${}^5U_{vt}^j(p', p) = \left(\frac{f_v g_v}{2m_0} \right) \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} (-4\tilde{m}'\tilde{m}k) \frac{\tilde{Q}_j^{(3)}}{k'k}, \quad (B.20g)$$

$${}^{78}U_{vt}^j(p', p) = \left(\frac{f_v g_v}{2m_0} \right) \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} \left[(-4(p'^0 - p^0)\tilde{k}'W + \right. \\ \left. + 4(k\tilde{k}'\tilde{k} + 3k'W'W)) \frac{\tilde{Q}_j^{(3)}}{k'k} \right], \quad (B.20h)$$

$${}^0W_{vt}^j(p', p) = {}^{12}W_{vt}^j(p', p) = {}^1W_{vt}^j(p', p) = {}^{34}W_{vt}^j(p', p) = 0, \quad (B.21a)$$

$${}^3W_{vt}^j(p', p) = \left(\frac{f_v g_v}{2m_0} \right) \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} (4(p'^0 - p^0)\tilde{k}'\tilde{k} + \\ + 4(3k\tilde{k}'W + k'\tilde{k}W')) \frac{\tilde{Q}_j^{(3)}}{k'k}, \quad (B.21b)$$

$${}^{56}W_{vt}^j(p', p) = 0, \quad (B.21c)$$

$${}^5W_{vt}^j(p', p) = \left(\frac{f_v g_v}{2m_0} \right) \frac{\pi}{\tilde{m}'\tilde{m}} (4(p'^0 - p^0)\tilde{k}'\tilde{k} - \\ - 4(k\tilde{k}'W + 3k'\tilde{k}W')) \frac{\tilde{Q}_j^{(3)}}{k'k}, \quad (B.21d)$$

$${}^{78}W_{vt}^j(p', p) = 0. \quad (B.21e)$$

C.1 OBE-Potentiale

Tabelle 1 Mesonen

Meson	J^π	T	Kopplung
σ	0^+	0	s
ω	1^-	0	v
π	0^-	1	pv
ρ	1^-	1	v
ϕ	1^-	0	v
δ	0^+	1	s
η	0^-	0	pv

Die verwendeten Formfaktoren werden folgendermaßen gekennzeichnet:

$mod_\alpha = 2 :$

$$F_\alpha(p', p) = \frac{\Lambda^2}{\Lambda^2 - (p' - p)^2},$$

$mod_\alpha = 3 :$

$$F_\alpha(p', p) = \frac{\Lambda^2}{\Lambda^2 - (p' - p)^2} \sqrt{\frac{\Lambda_v^2 - \mu_\alpha^2}{\Lambda_v^2 - (p' - p)^2}},$$

$mod_\alpha = 4 :$

$$F_\alpha(p', p) = \frac{\Lambda^2 - \mu_\alpha^2}{\Lambda^2 - (p' - p)^2},$$

$mod_\alpha = 5 :$

$$F_\alpha(p', p) = \left(\frac{\Lambda^2}{\Lambda^2 - (p' - p)^2} \right)^{\frac{3}{2}}$$

Tabelle 2 OBE-Potentialparameter

	HEA	Ho2	Th1	Th2
$g_\sigma^2/4\pi$	4.63	8.67	7.4	7.8
μ_σ	500	550	571	571
mod_σ	2	4	2	2
$g_\omega^2/4\pi$	14.0	23.0	11.7	11.7
μ_ω	782.8	782.8	784.0	784.0
mod_ω	3	5	2	2
$g_\pi^2/4\pi$	13.00	14.40	14.16	14.16
μ_π	138.5	138.0	139.0	139.0
mod_π	2	4	2	2
Λ_π	1950	1265	1224	1140
$g_\rho^2/4\pi$	1.5	0.77	0.43	0.43
f_ρ/g_ρ	3.5	6.6	5.1	5.1
μ_ρ	763	712	764	764
mod_ρ	3	5	2	2
$g_\phi^2/4\pi$	7.0	5.0	0	0
μ_ϕ	1020	1020	—	—
mod_ϕ	3	13	—	—
$g_\delta^2/4\pi$	4.74	2.88	1.67	1.43
μ_δ	960.	960.	962.	962.
mod_δ	2	4	2	2
$g_\eta^2/4\pi$	6.0	6.0	2.0	2.0
μ_η	548.5	548.5	550.0	550.0
mod_η	2	4	2	2
Λ	1950	1530	1224	1140
Λ_v	1250	—	—	—

Quellenangabe

- HEA : [HEA72] Tabelle 1 S168
 Ho2 : [Ho81] Tabelle 1 Spalte 2
 Th1 : [Th86]
 Th2 : [Th86]

C.2 Numerische Ergebnisse

Programmanforderungen auf der Rechananlage Cyber 875

Hauptspeicherbedarf 500KB

Rechenzeit für eine Iteration $\approx 200s$

Gesamtrechenzeit $\approx 20000s$

Bezeichnungen:

nr : nicht relativistische Näherung

vak : relativistische Rechnung in der Vakuumbasis

sk : relativistische Rechnung in der selbstkonsistenten Basis

Tabelle 3 Berechnete Kernmateriedaten

Approx.	Pot.	E/A Mev	k_f fm^{-1}	ρ fm^{-3}	κ MeV
Λ^{00} (nr)	HEA	-14.47	1.62	0.229	139
Λ^{00} (vak)	HEA	-5.72	1.31	0.127	56.0
Λ^{10} (vak)	HEA	-4.45	1.23	0.113	55.5
Λ^{10} (vak)	Ho2	-8.87	1.50	0.205	98.2
Λ^{00} (sk)	HEA	-8.70	1.34	0.131	113
Λ^{00} (sk)	Ho2	-12.24	1.41	0.154	179
Λ^{10} (sk)	Ho2	-10.15	1.34	0.144	156
BHF (sk)	Ho2	-11.39	1.36	0.171	173
BHF (sk)	Th1	-9.27	1.38	0.172	355
BHF (sk)	Th2	-10.73	1.36	0.177	323

C.3 Abbildungen

Abbildung 1 : Energie pro Nukleon als Funktion von k_f in HF-, Λ^{00} - und Λ^{10} -Näherung. Verwendeter Parametersatz : Ho2.

Abbildung 2 : Energie pro Nukleon als Funktion der Nukleonendichte ρ in HF-, Λ^{00} - und Λ^{10} -Näherung. Verwendeter Parametersatz : Ho2. Der Bereich in dem die

empirischen Werte für die Energie pro Nukleon und die Sättigungsdichte liegen, ist als schraffiertes Rechteck dargestellt.

Abbildung 3 : Energie pro Nukleon in Λ^{00} -Näherung als Funktion von k_f . Es ist das Ergebnis der nicht relativistischen Λ^{00} -Näherung (nr), der relativistischen Λ^{00} -Näherung in der Vakuumbasis (vak) und der relativistischen Λ^{00} -Näherung in der selbstkonsistenten Teilchen-Antiteilchen Basis (sk) eingezeichnet. Verwendeter Parametersatz : Ho2.

Abbildung 4 : Wie Abbildung 3 mit E/A als Funktion der Nukleonendichte ρ . Der Bereich, in dem die empirischen Werte für ρ_s und k_f liegen, ist durch ein schraffiertes Rechteck gekennzeichnet.

Abbildung 5 : E/A als Funktion von k_f . Es wird die relativistische Λ^{00} -, Λ^{10} - und RBHF-Näherung in der selbstkonsistenten Teilchen-Antiteilchen Basis verglichen. Verwendeter Parametersatz : Ho2.

Abbildung 6 : Wie Abbildung 5 mit E/A als Funktion der Nukleonendichte ρ .

Abbildung 7 : E/A als Funktion von ρ . Es werden die Ergebnisse der RBHF-Näherung in der selbstkonsistenten Basis bei Verwendung der Potentialparametersätze Ho2, Th1 und Th2 verglichen.

Abbildung 8 : Energie des Nukleonenfeldes E_N und Mesonen- und Wechselwirkungsenergie E_p als Funktion von k_f in RBHF-Näherung. Die durchgezogenen Linien kennzeichnen die Ergebnisse der Rechnung in der Vakuumbasis, die gestrichelten Linien die Ergebnisse der Rechnung in der selbstkonsistenten Teilchen-Antiteilchen Basis. Verwendeter Parametersatz : Ho2.

Abbildung 9 : Darstellung der Selbstenergiekomponenten Σ_s und Σ_0 bei einem Fermiimpuls von $1.4 fm^{-1}$. Es sind die Werte der HF-, der selbstkonsistenten Λ^{00} - und Λ^{10} -Näherung eingezeichnet. Verwendeter Parametersatz : Ho2.

Abbildung 10 : Darstellung von $\Sigma_s(k)$ und $\Sigma_0(k)$ in selbstkonsistenter Λ^{00} -Näherung für verschiedene Werte des Fermiimpulses. Die Werte von k_f ($in fm^{-1}$) sind jeweils an den Kurven vermerkt. Verwendeter Parametersatz : Ho2.

Abbildung 11 : $\Sigma_{\phi\phi}$ als Funktion von k bei verschiedenen Fermiimpulsen. Es werden die Ergebnisse der HF-Näherung und der selbstkonsistenten Λ^{10} -Näherung gegenübergestellt. Verwendeter Parametersatz : Ho2.

- Abbildung 12 :* Wie Abbildung 11 für die Selbstenergiekomponente $\Sigma_{\theta\phi}(k)$.
- Abbildung 13 :* Wie Abbildung 11 für die Selbstenergiekomponente $\Sigma_{\theta\theta}(k)$.
- Abbildung 14 :* Darstellung von $\Sigma_{\phi\phi}(k)$ in selbstkonsistenter Λ^{00} -Näherung für verschiedene Fermiimpulse. Verwendeter Parametersatz : Ho2.
- Abbildung 15 :* Wie Abbildung 14 für die Selbstenergiekomponente $\Sigma_{\theta\phi}$.
- Abbildung 16 :* Wie Abbildung 14 für die Selbstenergiekomponente $\Sigma_{\theta\theta}$.
- Abbildung 17 :* Wie Abbildung 10. Verwendeter Parametersatz : HEA.
- Abbildung 18 :* Wie Abbildung 11. Verwendeter Parametersatz : HEA.
- Abbildung 19 :* Wie Abbildung 19. Verwendeter Parametersatz : HEA.
- Abbildung 20 :* Wie Abbildung 13. Verwendeter Parametersatz : HEA.
- Abbildung 21 :* Impulsdichtefunktion $\rho(p)$ für verschiedene Werte von k_f . Es sind die Ergebnisse der selbstkonsistenten Λ^{00} -Näherung dargestellt. Verwendeter Parametersatz : Ho2.
- Abbildung 22 :* Wie Abbildung 21 in 3d-Darstellung.
- Abbildung 23 :* Vergleich der Impulsdichtefunktion $\rho(k)$ für die selbstkonsistente Λ^{00} - und Λ^{10} -Näherung bei zwei Fermiimpulsen. Verwendeter Parametersatz : Ho2.
- Abbildung 24 :* Darstellung von $(\partial\Sigma_s/\partial\omega)(k)$ und $(\partial\Sigma_0/\partial\omega)(k)$ für verschiedene Werte von k_f in selbstkonsistenter Λ^{00} -Näherung. Verwendeter Parametersatz : Ho2.
- Abbildung 25 :* Gegenüberstellung der Energie-Impulsbeziehung für Teilchen $\omega_1(k)$ in HF-, selbstkonsistenter Λ^{00} - und Λ^{10} -Näherung bei einem Fermiimpuls von 1.4 fm^{-1} . Verwendeter Parametersatz : Ho2.
- Abbildung 26 :* Darstellung der Energie-Impulsbeziehung für Teilchen $\omega_1(k)$ für verschiedene Fermiimpulse k_f in selbstkonsistenter Λ^{10} -Näherung. Verwendeter Parametersatz : Ho2.
- Abbildung 27 :* Darstellung der drei Komponenten der Nukleonenspektralfunktion $A_s^{(1)}(k)$, $A_v^{(1)}(k)$ und $A_0^{(1)}(k)$ in HF-, selbstkonsistenter Λ^{00} - und Λ^{10} -Näherung bei

einem Fermiimpuls von $1.4 fm^{-1}$. Verwendeter Parametersatz : Ho2.

Abbildung 28 : Darstellung von Σ_{uu} für verschiedene Fermiimpulse. Es sind die Ergebnisse der relativistischen BHF-Rechnung in der Vakuumbasis dargestellt. Verwendeter Parametersatz : Ho2.

Abbildung 1

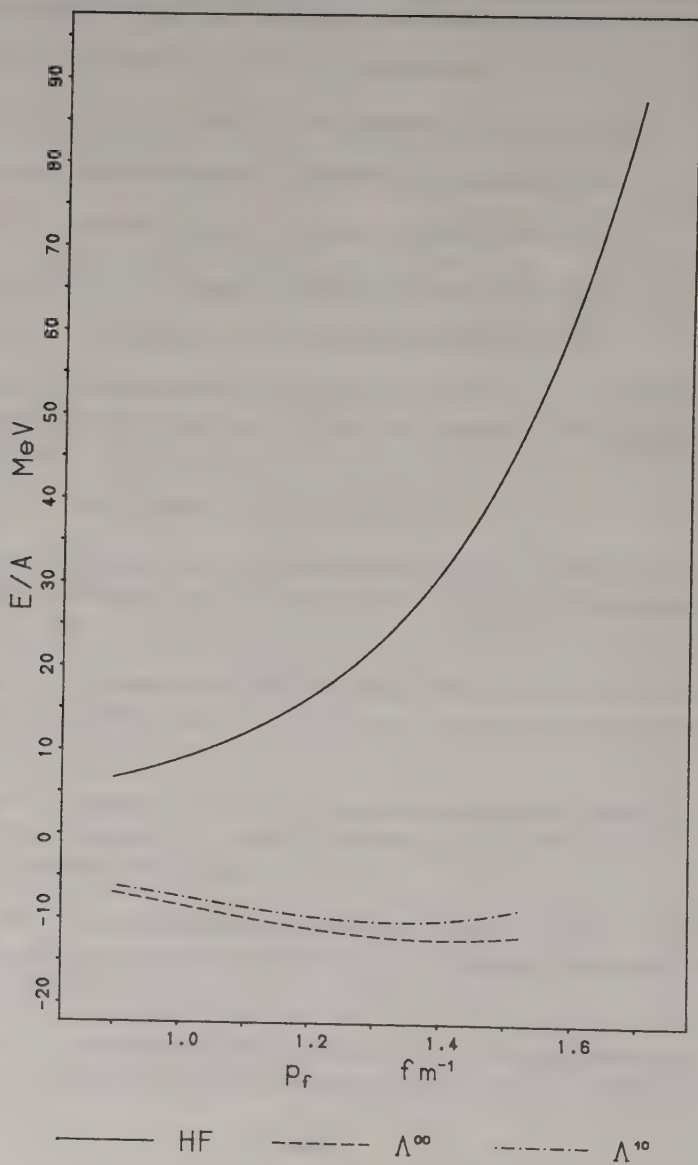


Abbildung 2

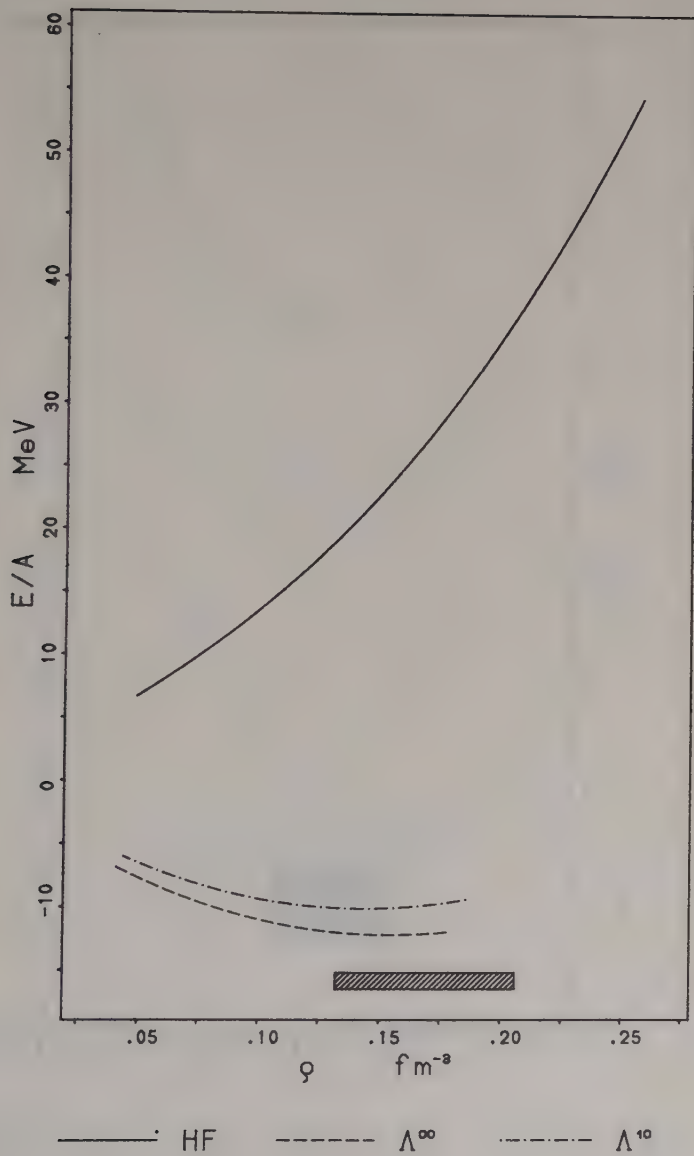


Abbildung 3

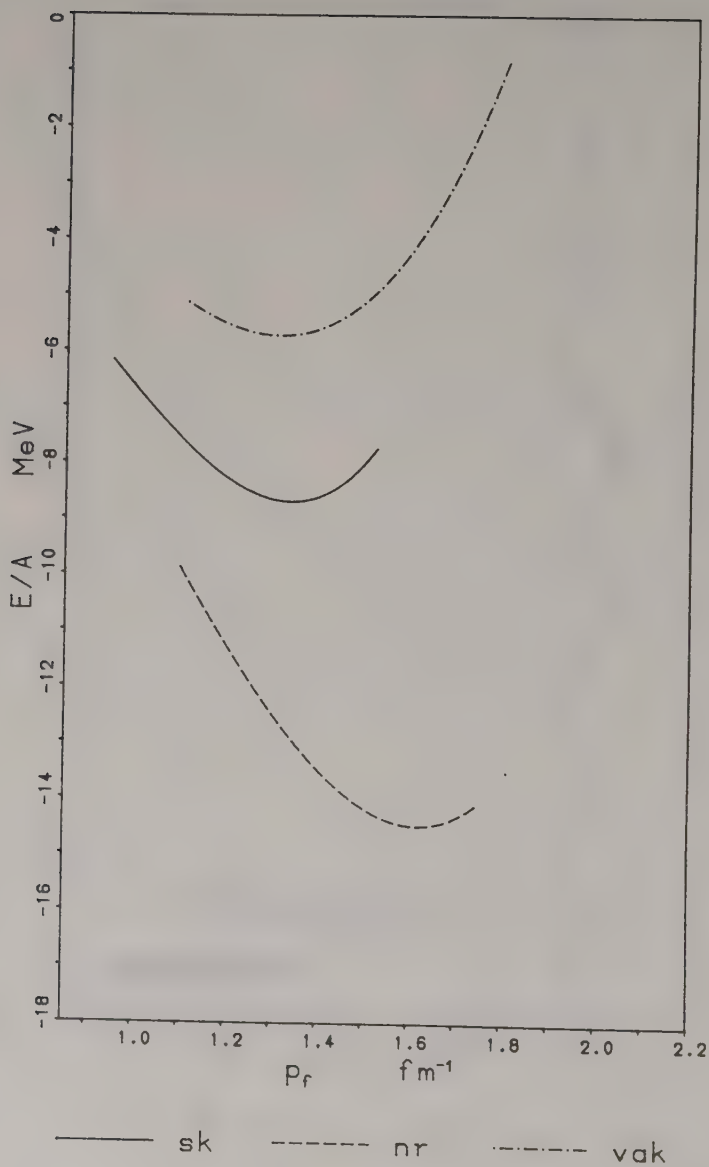


Abbildung 4

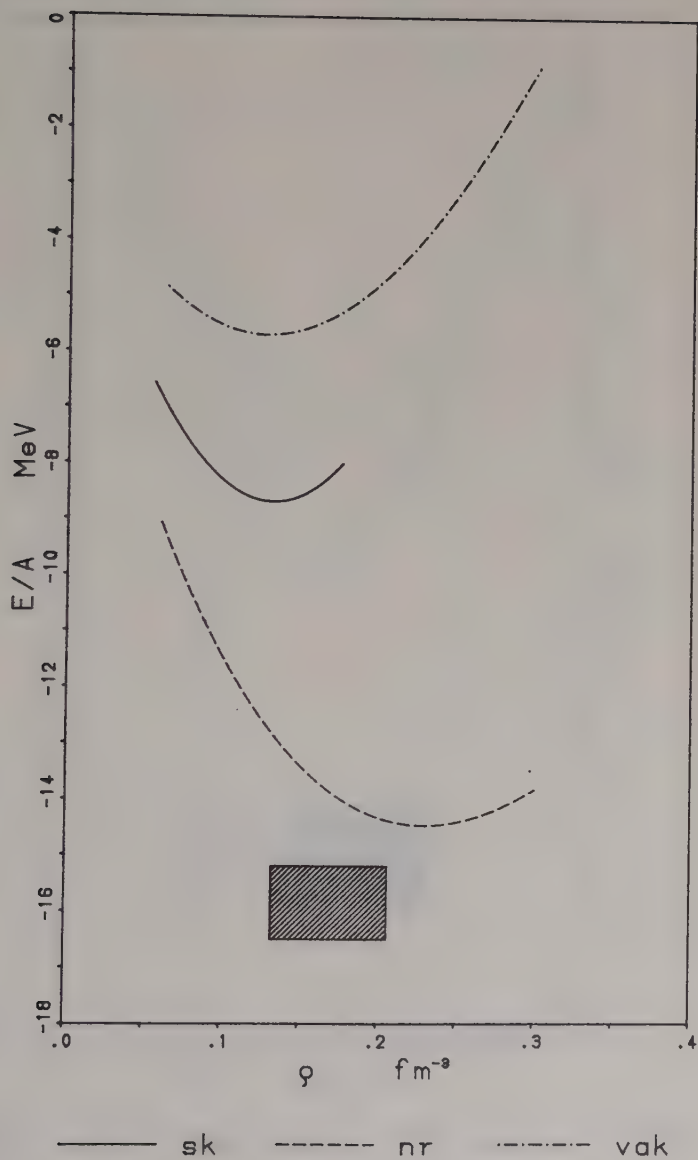


Abbildung 5

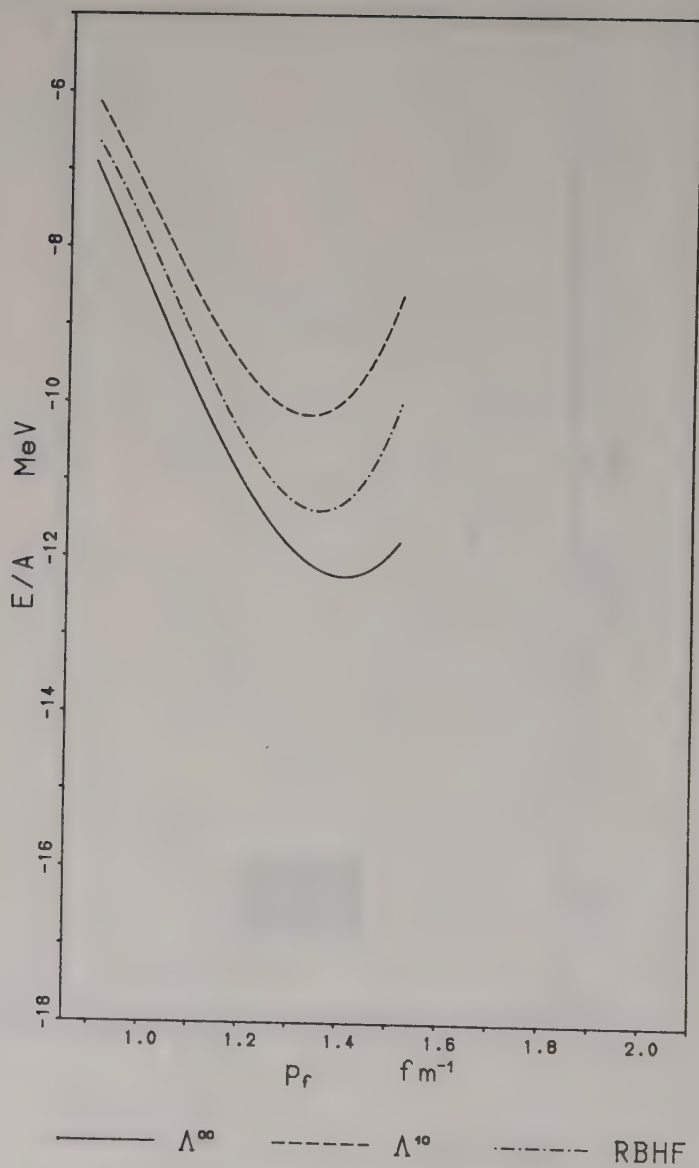


Abbildung 6

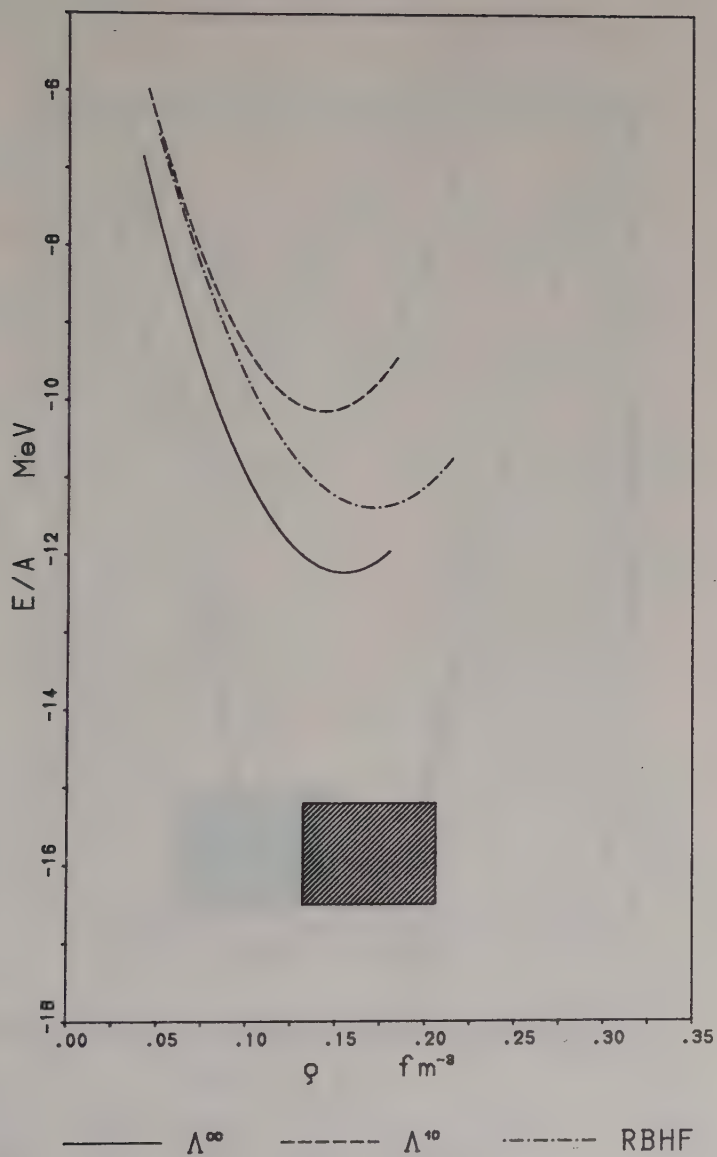
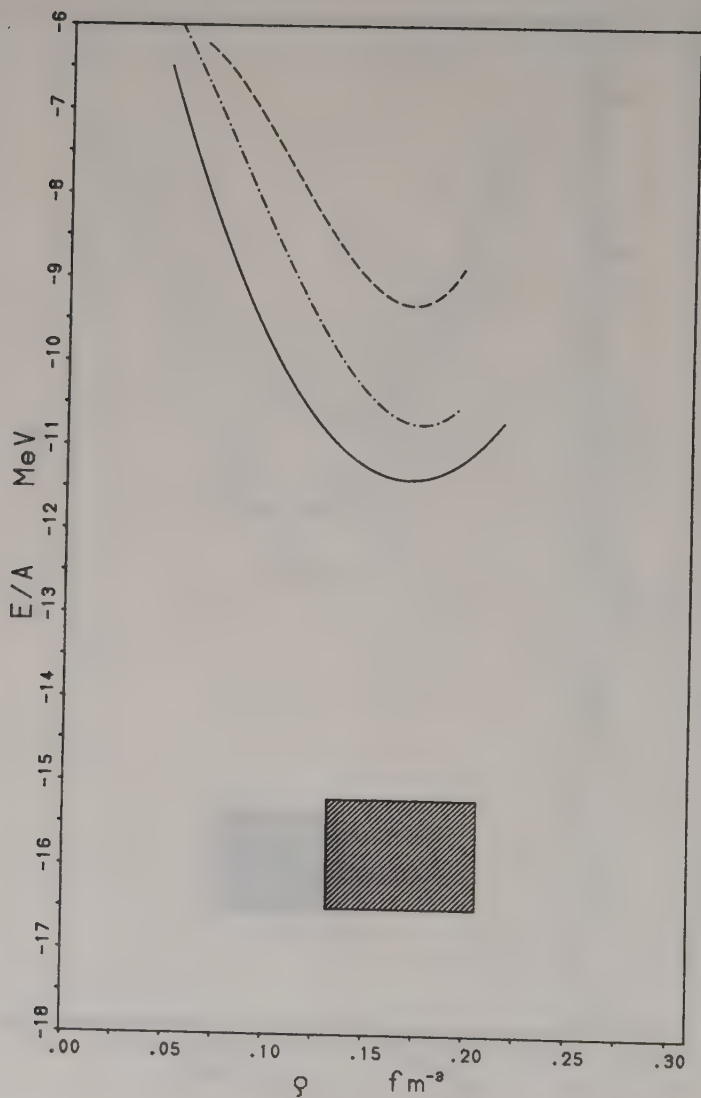


Abbildung 7



— Ho2 - - - Th1 - · - Th2

Abbildung 8

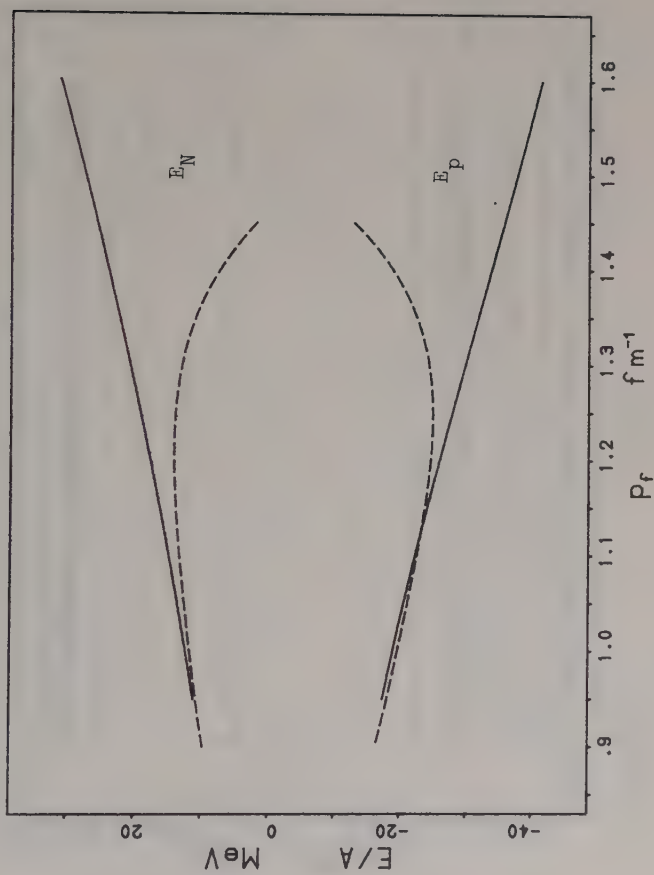


Abbildung 9

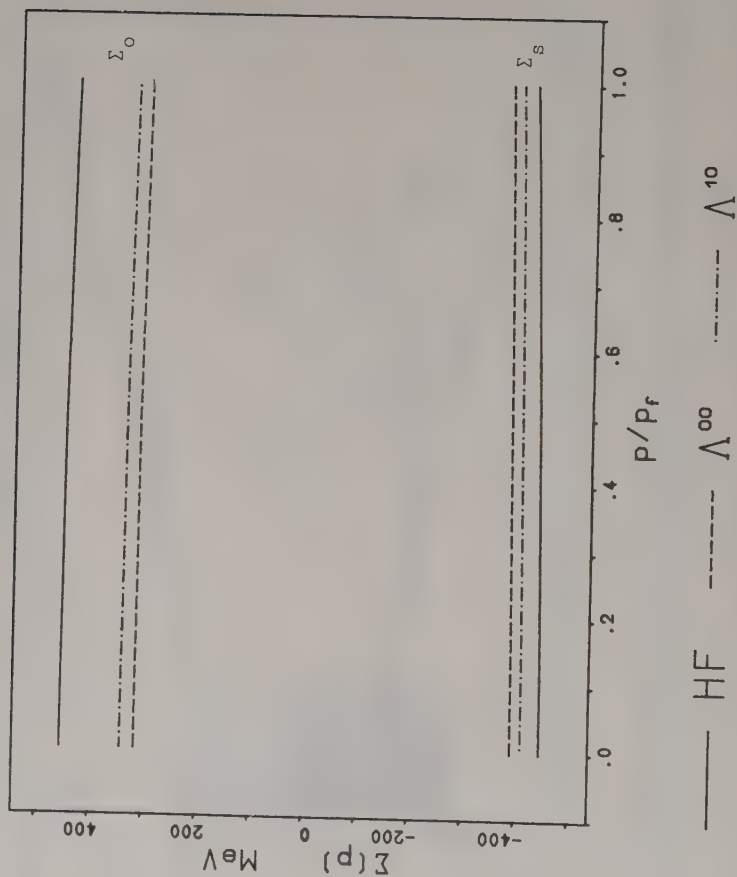


Abbildung 10

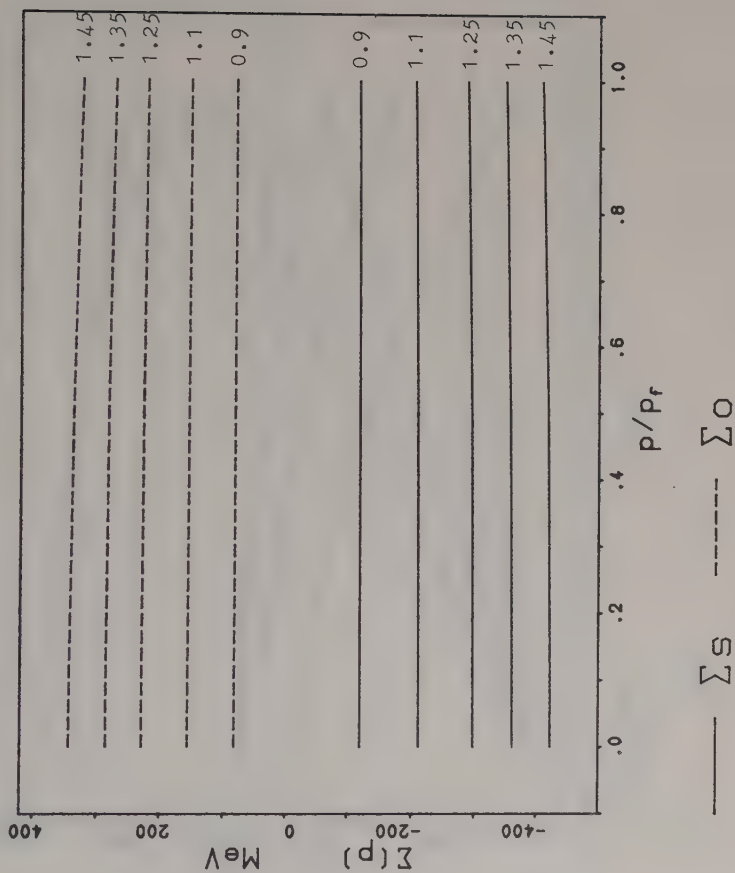


Abbildung 11

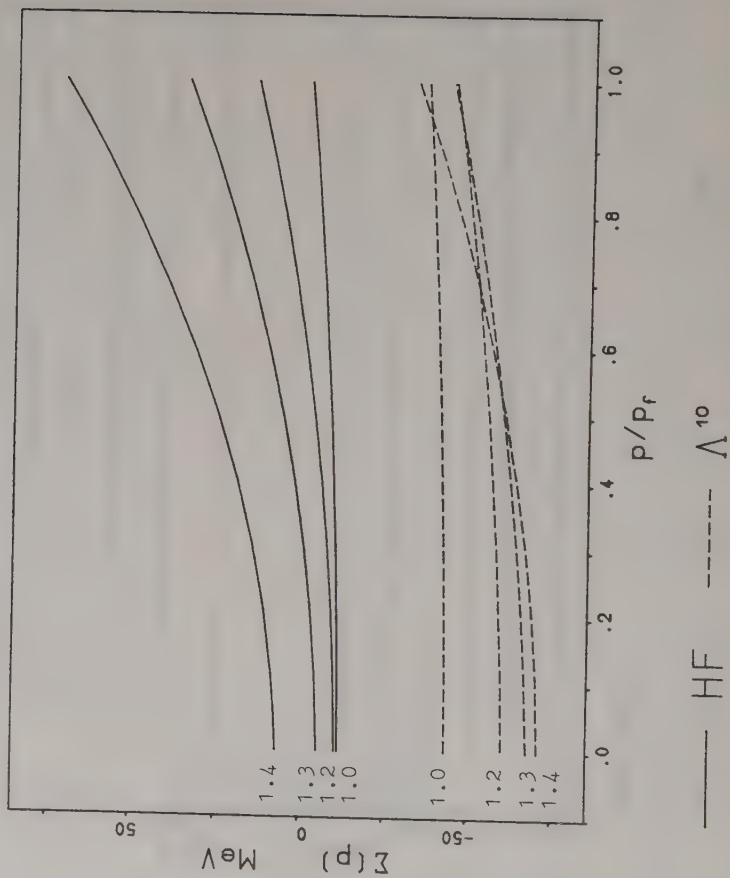


Abbildung 12

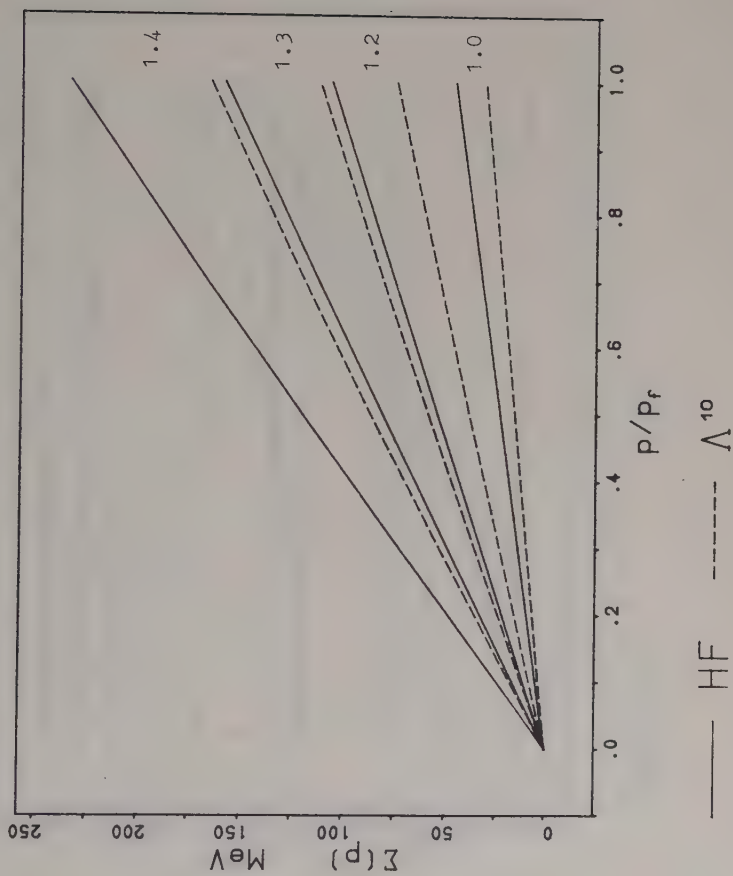


Abbildung 13

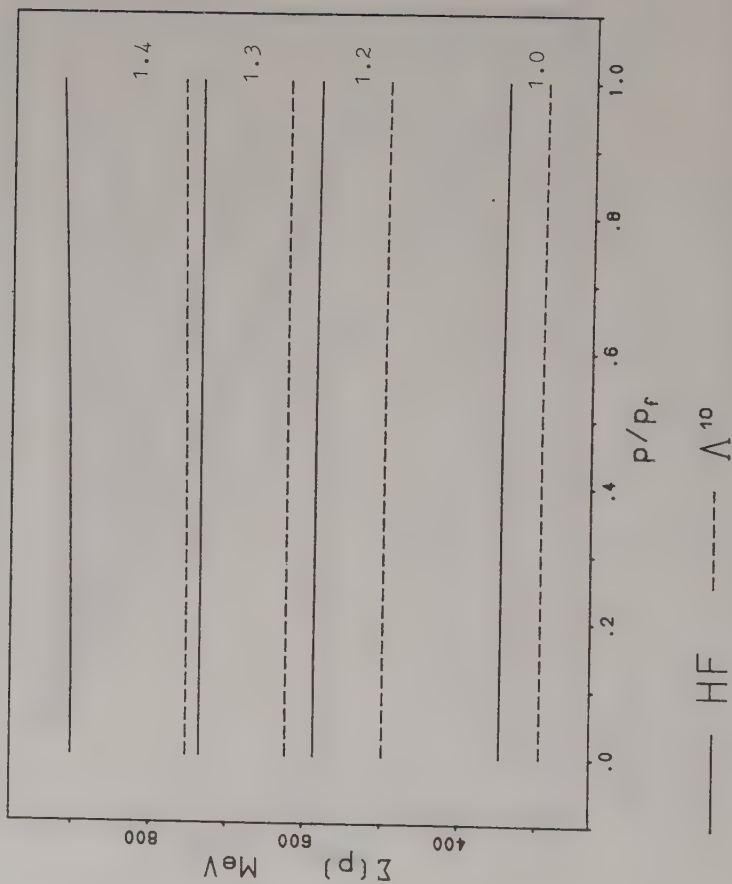


Abbildung 14

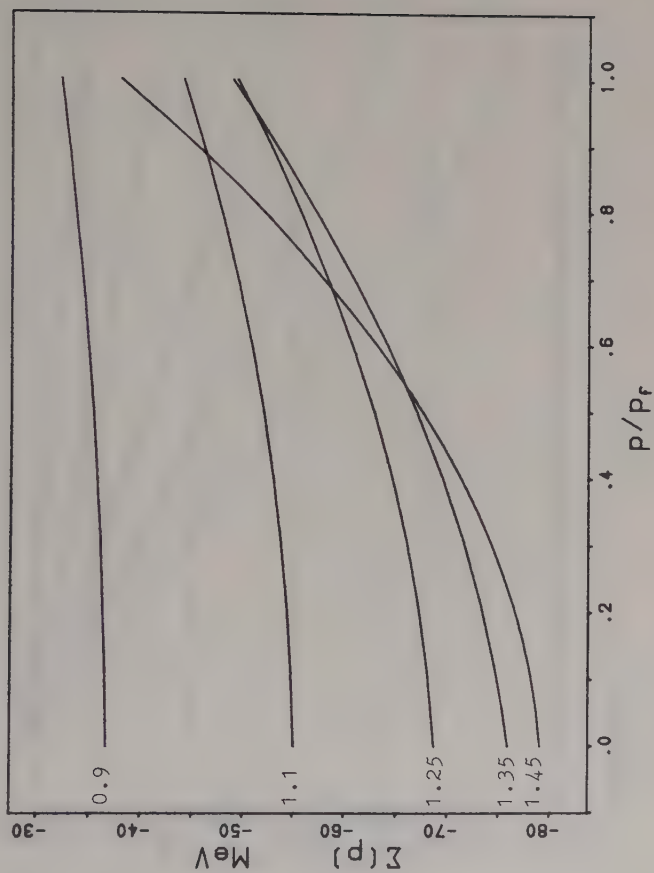


Abbildung 15

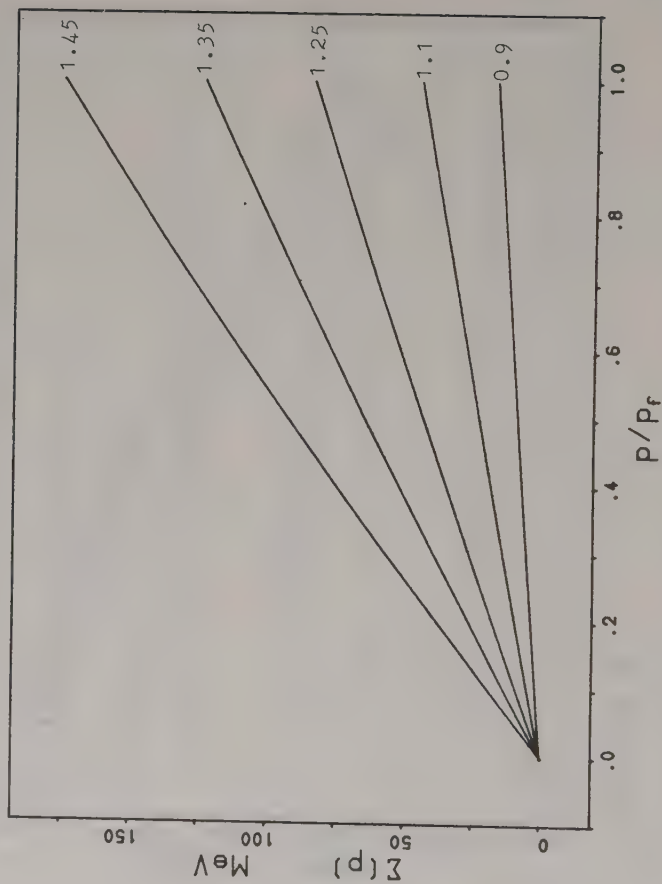


Abbildung 16

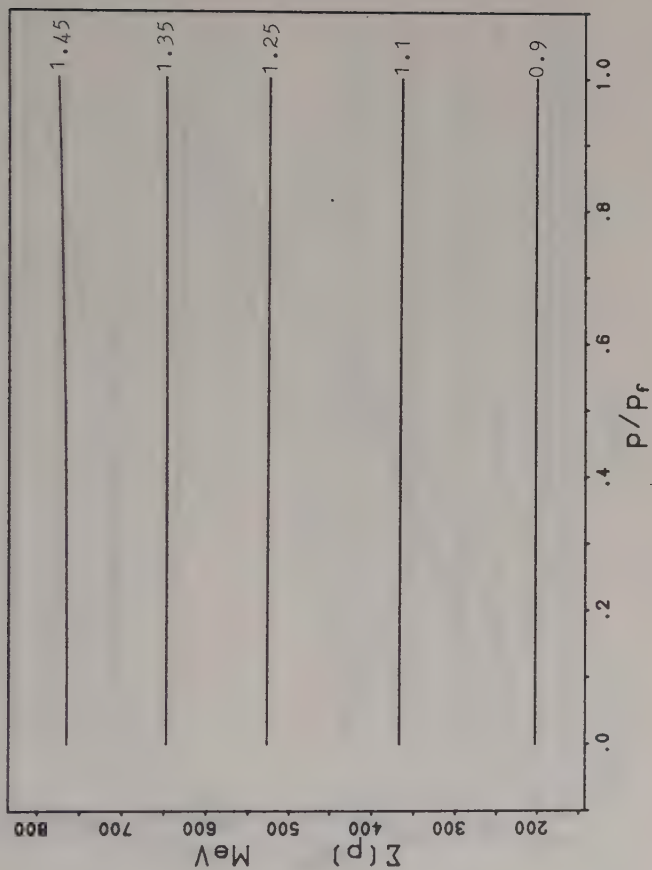


Abbildung 17

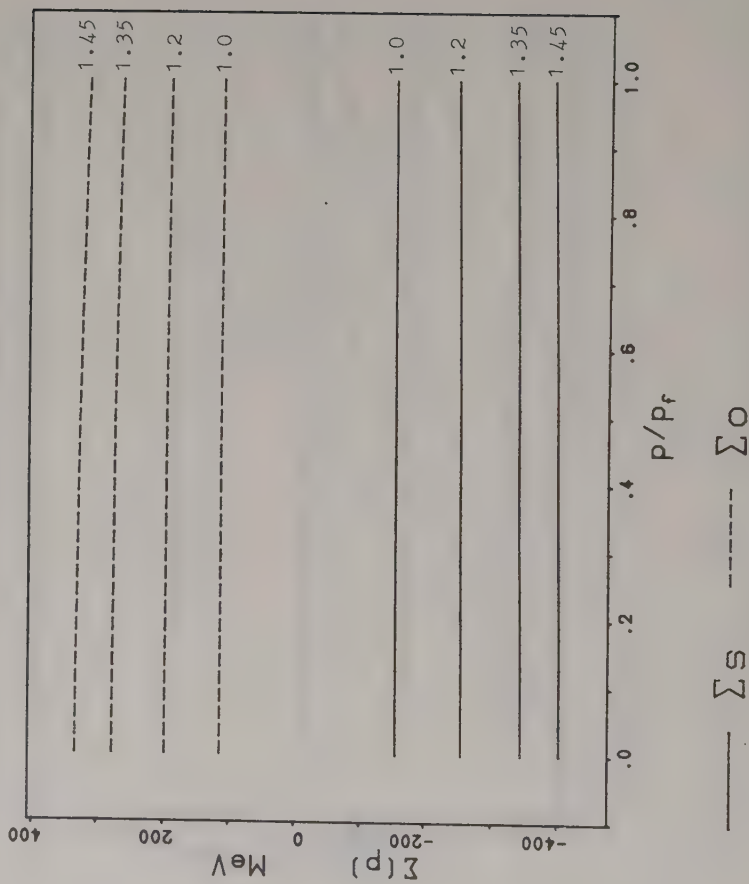


Abbildung 18

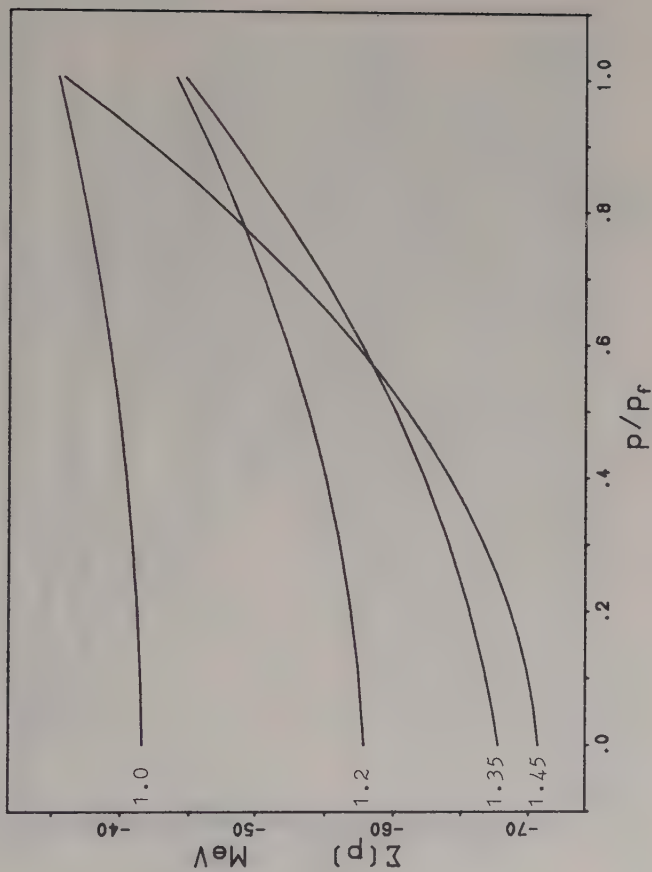


Abbildung 19

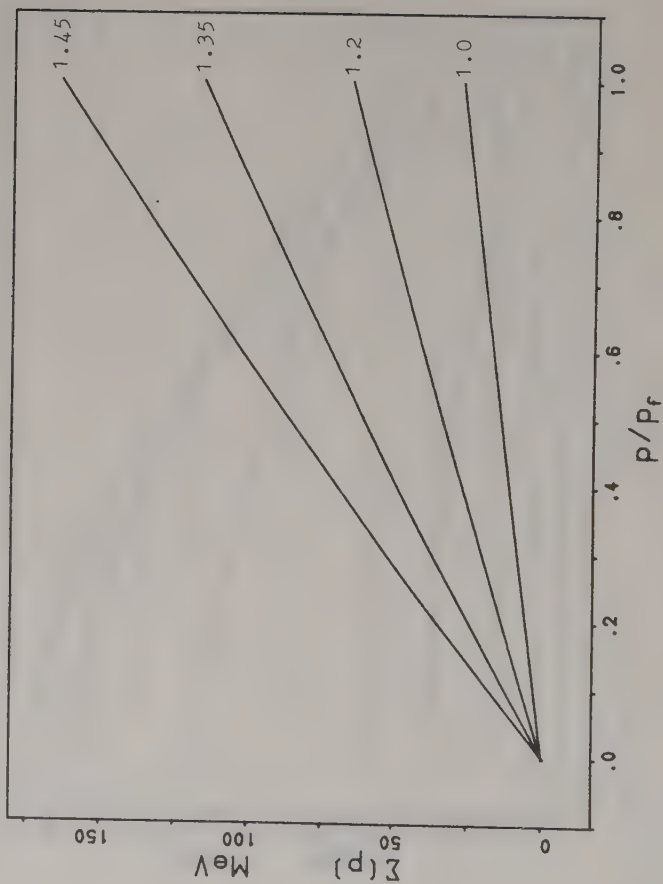


Abbildung 20

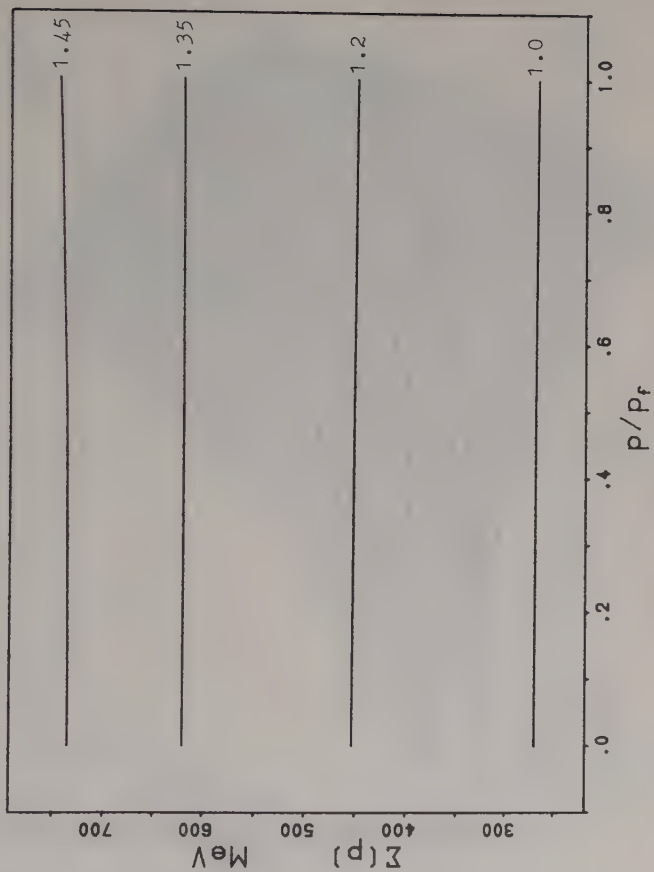


Abbildung 21

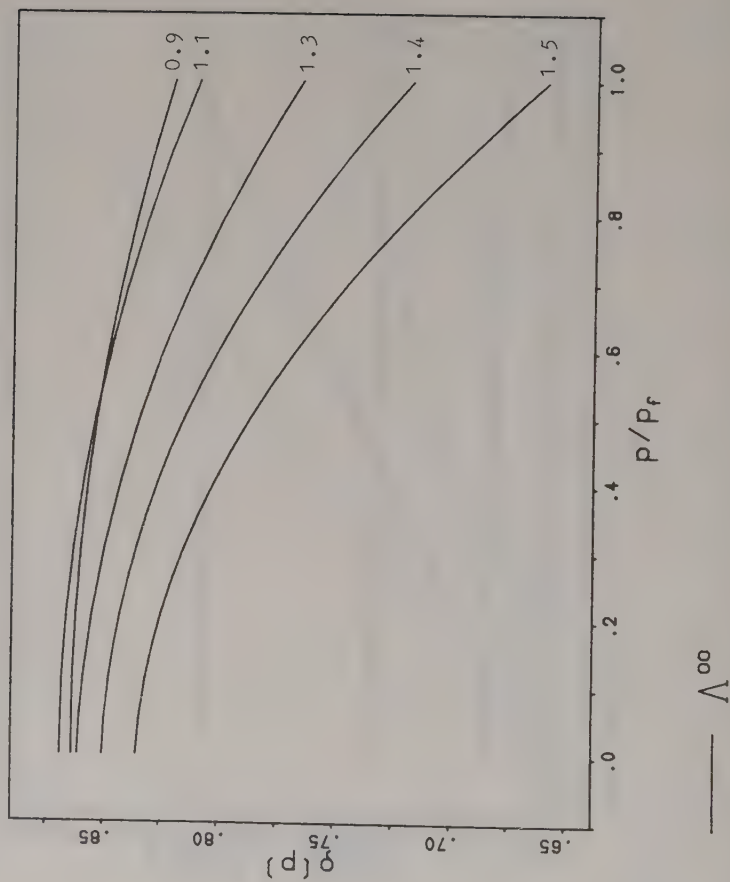


Abbildung 22

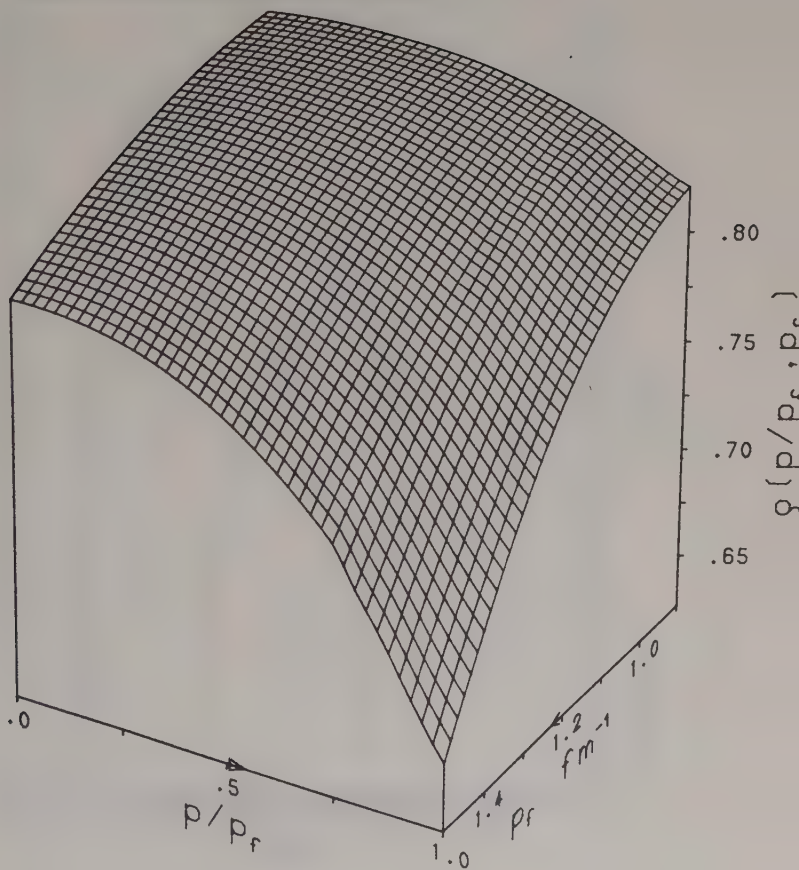


Abbildung 23

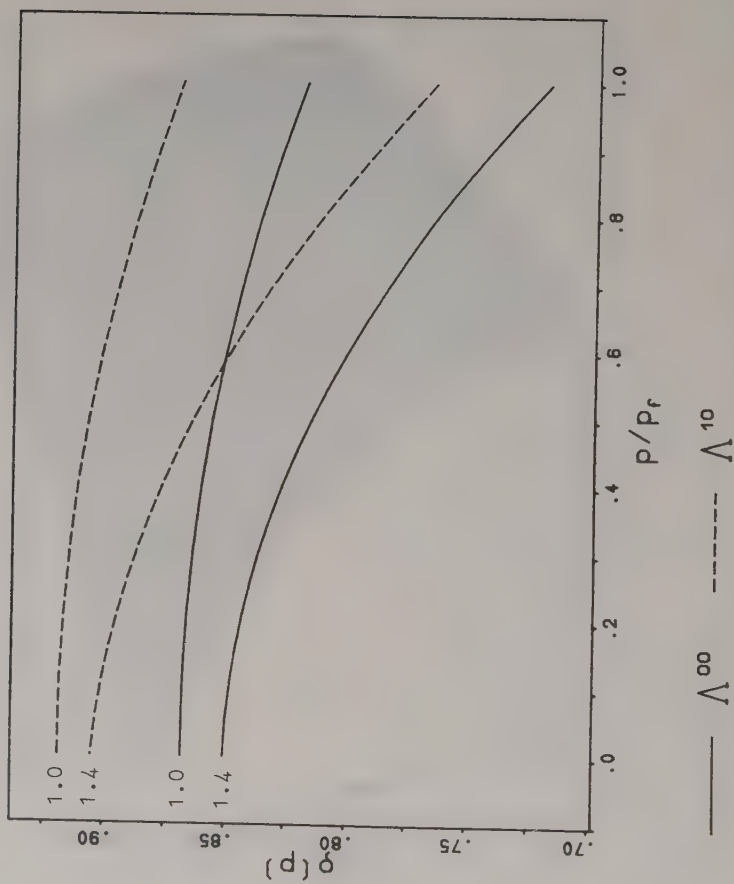


Abbildung 24

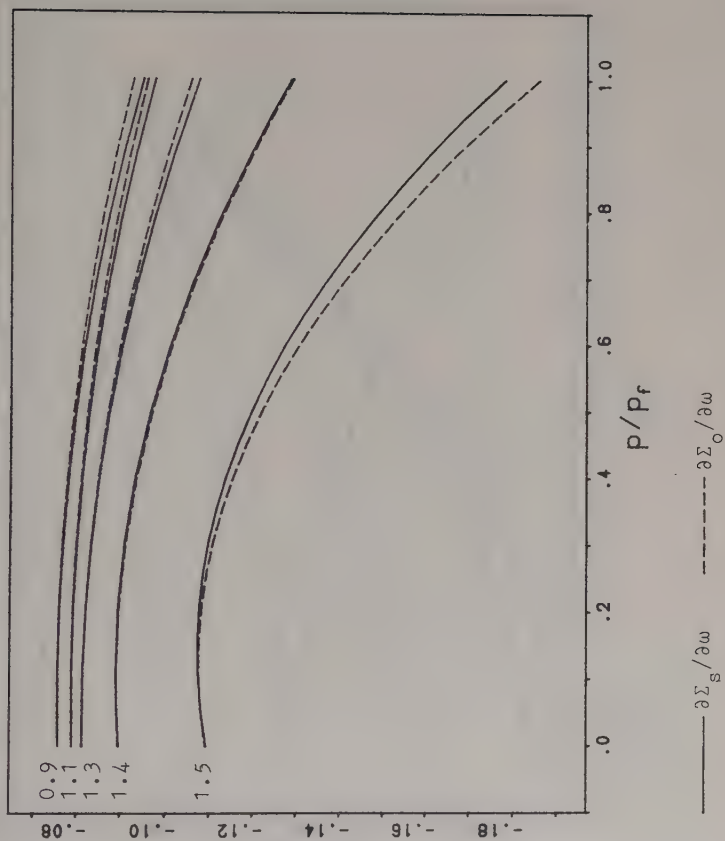


Abbildung 25

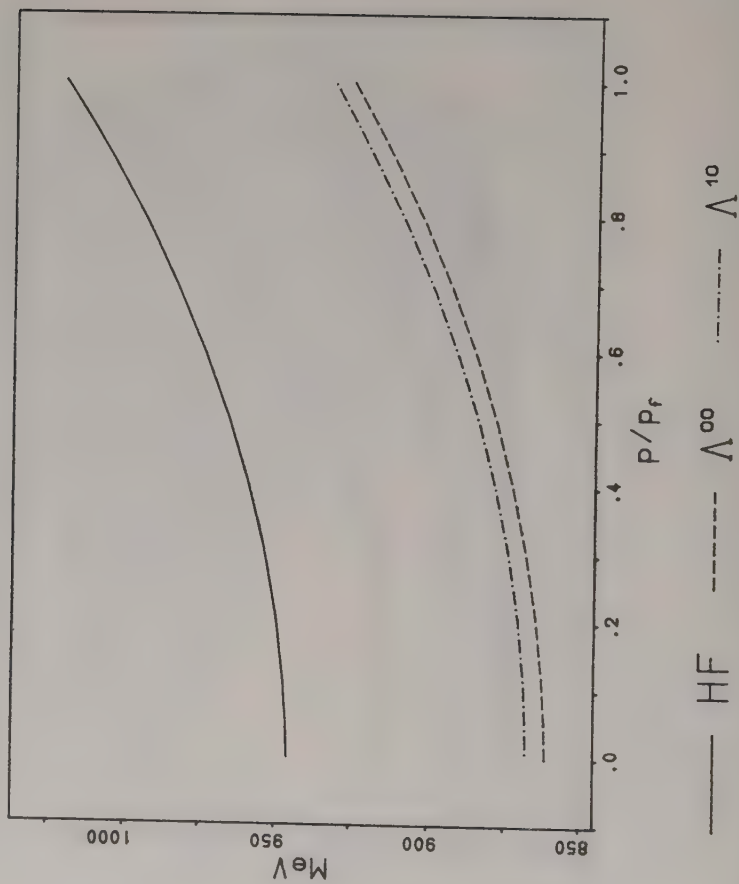


Abbildung 26

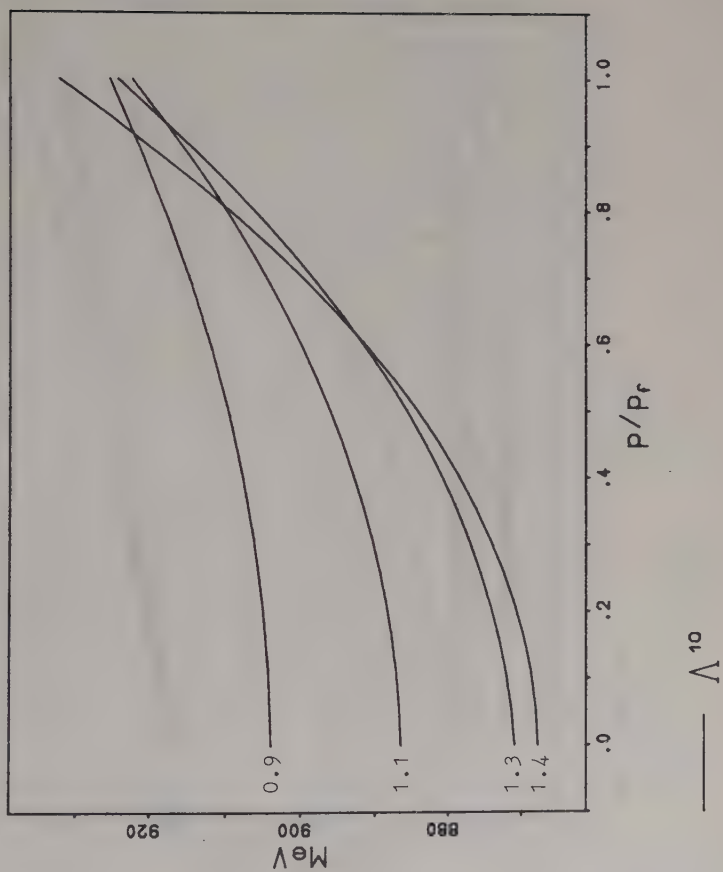


Abbildung 27

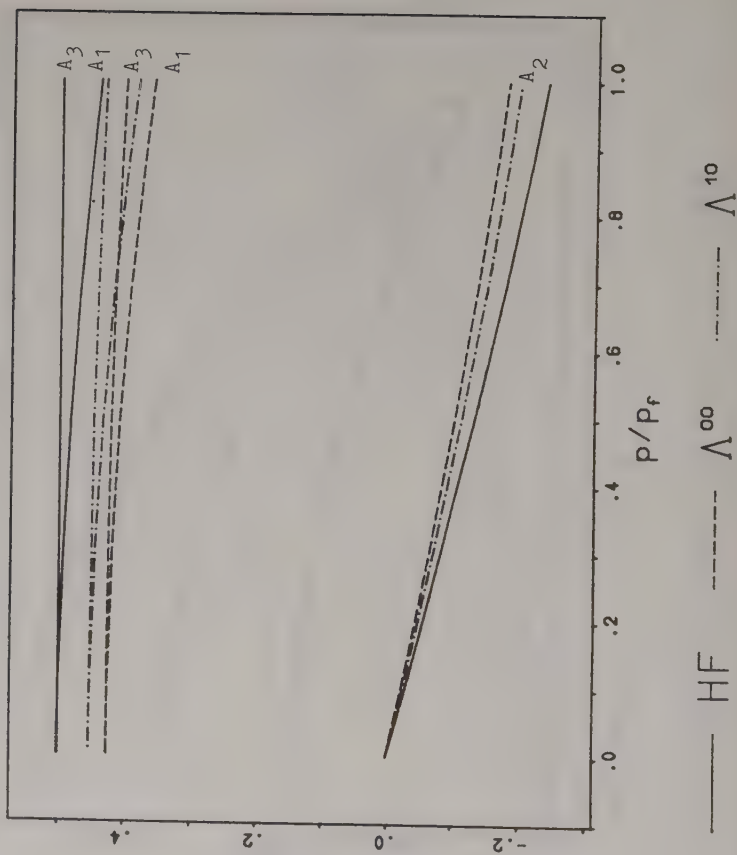
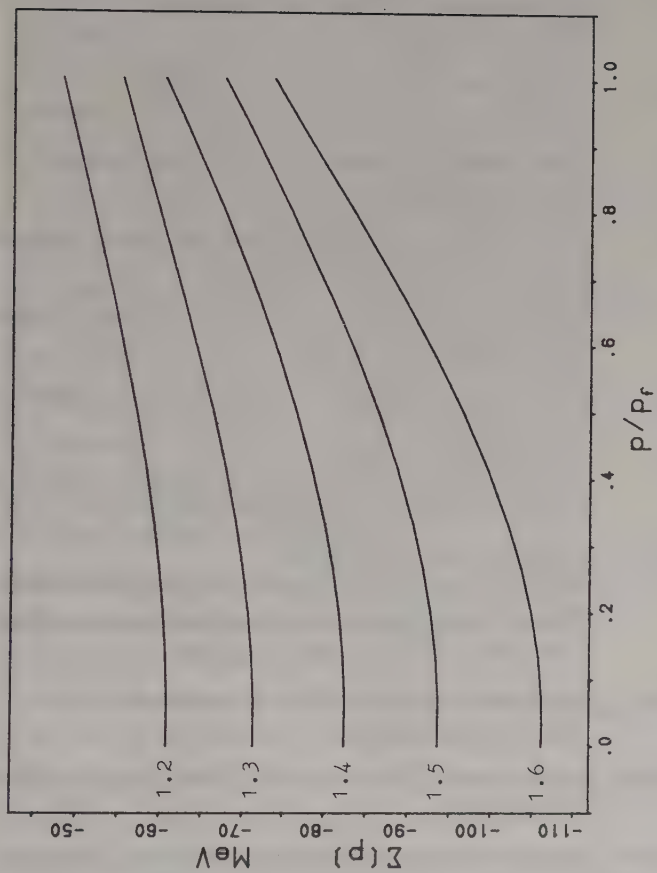


Abbildung 28



Literaturverzeichnis

- ACS81a M.R.Anastasio, L.S.Celenza und C.M.Shakin,
Phys.Rev. C 23 (1981) 569
- ACS81b M.R.Anastasio, L.S.Celenza und C.M.Shakin,
Phys.Rev. C 23 (1981) 2258
- ACS81c M.R.Anastasio, L.S.Celenza und C.M.Shakin,
Phys.Rev. C 23 (1981) 2273
- ACS81d M.R.Anastasio, L.S.Celenza und C.M.Shakin,
Phys.Rev. C 23 (1981) 2606
- ACS83 M.R.Anastasio, L.S.Celenza, W.S.Pong und C.M.Shakin,
Phys.Rep. 100 (1983) 327
- Ba65 G.Barton "Introduction to Dispersion Techniques in Field Theory",
Benjamin, New York, Amsterdam, 1965
- BD64 J.D.Bjorken und S.D.Drell, "Relativistic Quantum Mechanics"
Mc Graw-Hill, New York, 1964
- BD65 J.D.Bjorken und S.D.Drell, "Relativistic Quantum Fields" Mc Graw-Hill,
New York, 1964
- BS59 N.N.Bogoliubov und D.V.Shirkov, "Introduction to the Theory of Quanti-
zied Fields", New York, Interscience Publishers, Inc., 1959
- BM85 R.Brockmann und R.Machleidt,
"Relativistic Brueckner-Hartree-Fock Approach for Nuclear Matter",
Medium Energy Nucleon and Antinucleon Scattering, Proc. Bad Honnef,
Lecture Notes in Physik **243** (1985) 459
- BCZ73a R.L.Bowers, J.A. Campbell, R.L.Zimmermann,
Phys.Rev. D7 (1973) 296
- BCZ73b R.L.Bowers, J.A. Campbell und R.L.Zimmermann, *Phys.Rev. D7* (1973)
2278 und 2289
- BW77 R.Brockmann und W.Weise, *Phys.Rev. C 16* (1977) 1282
- BPW70 W.D.Brown, R.D.Puff und L.Wilets, *Phys.Rev. C 2* (1970) 331
- BG72 R.A.Bryan und R.A.Gersten, *Phys.Rev. D 6* (1972) 341
- Br79 G.E.Brown, "Chiral Symmetry and the Nucleon-Nucleon Interaction",

Mesons in Nuclei, eds.: M.Rho und D.Wilkinson, North Holland 1979.

- Br85 G.E.Brown, *Phys.Lett.* **159 B** (1985) 223
- Ch77 S.A.Chin, *Ann.Phys.* **108** (1977) 301
- CPS82 L.S.Celenza, W.S.Pong und C.M.Shakin, *Phys.Rev.* **C 25** (1982) 3115
- Da67 B.Day, *Rev.Mod.Phys.* **39** (1967) 745
- Da78 B.Day, *Rev.Mod.Phys.* **50** (1978) 495
- Ed57 A.R.Edmonds, "Angular Momentum in Quantum Mechanics", Princeton University Press 1957
- EAH71 K.Erkelenz, R.Alzetta und K.Holinde *Nucl.Phys.* **A 176** (1971) 413
- EHB71 K.Erkelenz, K.Holinde und K.Bleuler, *Nucl.Phys.* **A 161** (1971) 155
- EHM74 K.Erkelenz, K.Holinde und R.Machleidt, *Phys.Lett.* **49 B** (1974) 209
- Er74 K.Erkelenz, *Phys.Rep.* **C 13** (1974) 191
- Fae83 A.Faessler, "The Nucleon-Nucleon Interaction in the Quark Modell", Quarks and Nuclear Structure, Proc. Bad Honnef, Lecture Notes in Physics **197** (1983)
- FW61 D.S.Falk und L.Wilets, *Phys.Rev.* **124** (1961) 1887
- FF71 E.O.Fiset und T.C.Foster, *Nuovo Cimento* **6a** (1971) 129
- FF72 E.O.Fiset und T.C.Foster, *Nucl.Phys.* **A 184** (1972) 588
- Fo66 T.C.Foster, *Phys.Rev.* **149** (1966) 784
- GTG71 A.Gersten, R.Thompson und A.E.S.Green, *Phys.Rev.* **D 3** (1971) 2076
- Go60a M.L.Goldberger, S.W.Mac Dowell, D.Y.Wong, *Phys.Rev.* **120** (1960) 2250
- Go60b M.L.Goldberger, "Relations de dispersion et particules élémentaires", Ecole d'été, Les Houches, 1960 (Dunod Cie., Paris)
- GW64 M.L.Goldberger und K.M.Watson, "Collision Theory" Wiley, New York u.a., 1964
- Ha63 R.Hagedorn, "Introduction to Field Theory and Dispersion Relations", Fortschritte der Physik, 5. Sonderband, Akademie Verlag, Berlin, 1963
- Ha69 P.K.Haug, Dissertation, Johann Wolfgang von Goethe Universität, Frankfurt am Main 1969

- Hay70 J.G.Hayes, "Numerical Approximation to Functions and Data", Athlone Press, London 1970.
- He73 A.C.Hearn "Reduce 2 User's Manual", Report UCP-19, University of Utah 1973.
- HEA72a K.Holinde, K.Erkelenz und R. Alzetta, *Nucl.Phys. A* **194** (1972) 161
- HEA72b K.Holinde, K.Erkelenz und R. Alzetta, *Nucl.Phys. A* **198** (1972) 598
- HM75 K.Holinde und R.Machleidt, *Nucl.Phys. A* **247** (1975) 495
- HM76 K.Holinde und R.Machleidt, *Nucl.Phys. A* **256** (1975) 479
- Ho81 K.Holinde, *Phys.Rep.* **68** (1981) 121
- Ho84 K.Holinde, *Nucl.Phys. A* **415** (1984) 477
- Ho86 K.Holinde, private communication
- HS83 C.J.Horowitz und B.D.Serot, *Nucl.Phys. A* **399** (1983) 529
- HS84 C.J.Horowitz und B.D.Serot, *Phys.Lett.* **137B** (1984) 287
- Ja83 A.D.Jackson, "Nuclear Matter Theory A Status Report", *Ann.Rev.Nucl.-Part.Sci.* **33** (1983) 105
- JW59 M.Jacob und G.C.Wick, *Ann. of Phys.* **7** (1959) 404
- JM81a M.Jaminon und C.Mahaux "Relativistic Quantum Field Approach to Nuclear Matter and Nuclei", Lecture Notes in Physics **142** (1981) 60
- JM81b M.Jaminon und C.Mahaux, *Phys.Rev. C* **24** (1981) 1353
- JMR81 M.Jamion, C.Mahaux und P.Rochus, *Nucl.Phys. A* **365** (1981) 371
- Kir67 D.A.Kirzhnits, "Field Theoretical Methods in Many Body Systems", Pergamon Press, Oxford 1967
- Le54 H.Lehmann, *Nuovo Cimento* **11** (1954) 342
- Lu61 J.M.Luttinger, *Phys.Rev.* **121** (1961) 942
- Ma81 C.Mahaux, "Brueckner Theory of Infinite Fermi Systems", Lecture Notes in Physics **138** (1981) 51
- Ma83 C.Machleidt, "Nuclear Forces within a Consistent Meson-Exchange Model", Quarks and Nuclear Structure, Proc. Bad Honnef, Lecture Notes in Physics **197** (1983) 352
- Mig67 A.B.Migdal, "Theory of Finite Fermi Systems and Applications to

Atomic Nuclei", Interscience Publishers, New York 1967

- MS79 C.Mahaux und R.Sartor, *Phys.Rev. C* **19** (1979) 229
- MG72 L.D.Miller und A.E.S.Green, *Phys.Rev. C* **5** (1972) 241
- MFA80 H.Müther, A.Faessler, M.R. Anastasio, *Phys.Rev. C* **22** (1980) 1744
- MHE87 R.Machleidt, K.Holinde und Ch.Ester *Phys.Rev.* **149** (1987) 1
- NKS84 K.Nakayama, S.Krewald, J.Speth und Love, *Nucl.Phys. A* **431** (1984) 431
- NW75 W.T.Nutt und L.Wilets, *Phys.Rev. D* **11** (1975) 110
- Pil79 H.M.Pilkuhn, "Relativistic Particle Physics", Springer, New York 1979.
- Pu61 R.D.Puff, *Ann.Phys.* **13** (1961) 317
- PRW66 R.D.Puff, A.S.Reiner und L.Wilets, *Phys.Rev.* **149** (1966) 778
- PW79 V.R.Pandharipande und R.B.Wiringa, *Rev.Mod.Phys.* **51** (1979) 821
- Rei64 A.S.Reiner, *Phys.Rev.* **133** (1964) 1105
- RP63 J.C.Reynolds und R.D.Puff, *Phys.Rev.* **130** (1963) 1877
- Rom69 P.Roman, "Introduction to Quantum Field Theory", Wiley, New York u.a., 1969
- Ros57 M.E.Rose, "Elementary Theory of Angular Momentum", Wiley, New York, 1957
- Sch72 G.Schierholz, *Nucl.Phys. B* **4** (1972) 335
- SS66 A.H. Stroud und D.Secret, "Gaussian Quadrature Formulas", Prentice-Hall 1966.
- TH86 B.Ter Haar, "Nucleons, Mesons and Deltas in Nuclear Matter", Dissertation, Groningen, 1986
- Ti48 Titchmarsh, "Introduction to the Theory of Fourier Integrals", Oxford University Press 1948
- UNG73 T.Ueda, M.L.Nack und A.E.S.Green, *Phys.Rev. C* **8** (1973) 2061
- Wa74 J.D.Walecka, *Ann.Phys.* **83** (1974) 491
- Web85 F.Weber, Dissertation, München 1985.
- Weiß66 M.Weigel, "Greensche Funktionen in der Theorie der Kernmaterie und des optischen Potentials", Universität Frankfurt a. Main, 1966

- WW71 M.Weigel und G.Wegmann, *Z. Fortschritte der Physik* **19** (1971) 452
- We49 G.Wentzel, "Quantum Theory of Fields", Interscience Publishers, New York, London 1949
- Wi71 F.A.Willers, "Methoden der praktischen Analysis", de Gruyter, Berlin, New York 1971
- Wil79 L.Wilets, "Green's Functions Method for the Relativistic Field Theory Many Body Problem", in M.Rho, D.Wilkinson (eds.) , "Mesons in Nuclei" Vol.III (1979) 791
- WPC76 L.Wilets, R.D.Puff und D.Chiang, *Phys.Rev. C* **14** (1976) 2269
- Yu35 H.Yukawa, *Proc.Phys.Math.Soc.* **17** (1935) 48

Danksagung

Herrn Prof. Dr. M. Weigel gilt mein herzlicher Dank für die freundliche Betreuung bei der Anfertigung der vorliegenden Arbeit.

Lebenslauf

Am 22. September 1957 wurde ich als erstes Kind des Postbeamten Albert Poschenrieder und seiner Ehefrau Marianne geb. Huber in Landshut geboren. Von 1963 bis 1968 besuchte ich die Volksschule St. Nikola in Landshut. Das Hans-Leinberger-Gymnasium in Landshut besuchte ich von 1968 bis 1977 und legte dort im Mai 1977 die Abiturprüfung ab. Im Wintersemester 1977/78 begann ich an der Ludwig-Maximilians-Universität in München das Studium der Physik. Im April 1979 legte ich die Vordiplomprüfung ab. Unter der Anleitung von Prof. Dr. M. Weigel begann ich 1982 am Lehrstuhl für theoretische Physik von Prof. Dr. G. Süßmann mit der Anfertigung meiner Diplomarbeit. Im Juli 1983 legte ich die Diplom-Hauptprüfung ab. Anschließend begann ich unter der Anleitung von Prof. Dr. M. Weigel mit meiner Dissertation am Lehrstuhl von Prof. Dr. G. Süßmann, an dem ich seit Januar 1984 als wissenschaftlicher Mitarbeiter beschäftigt bin.

